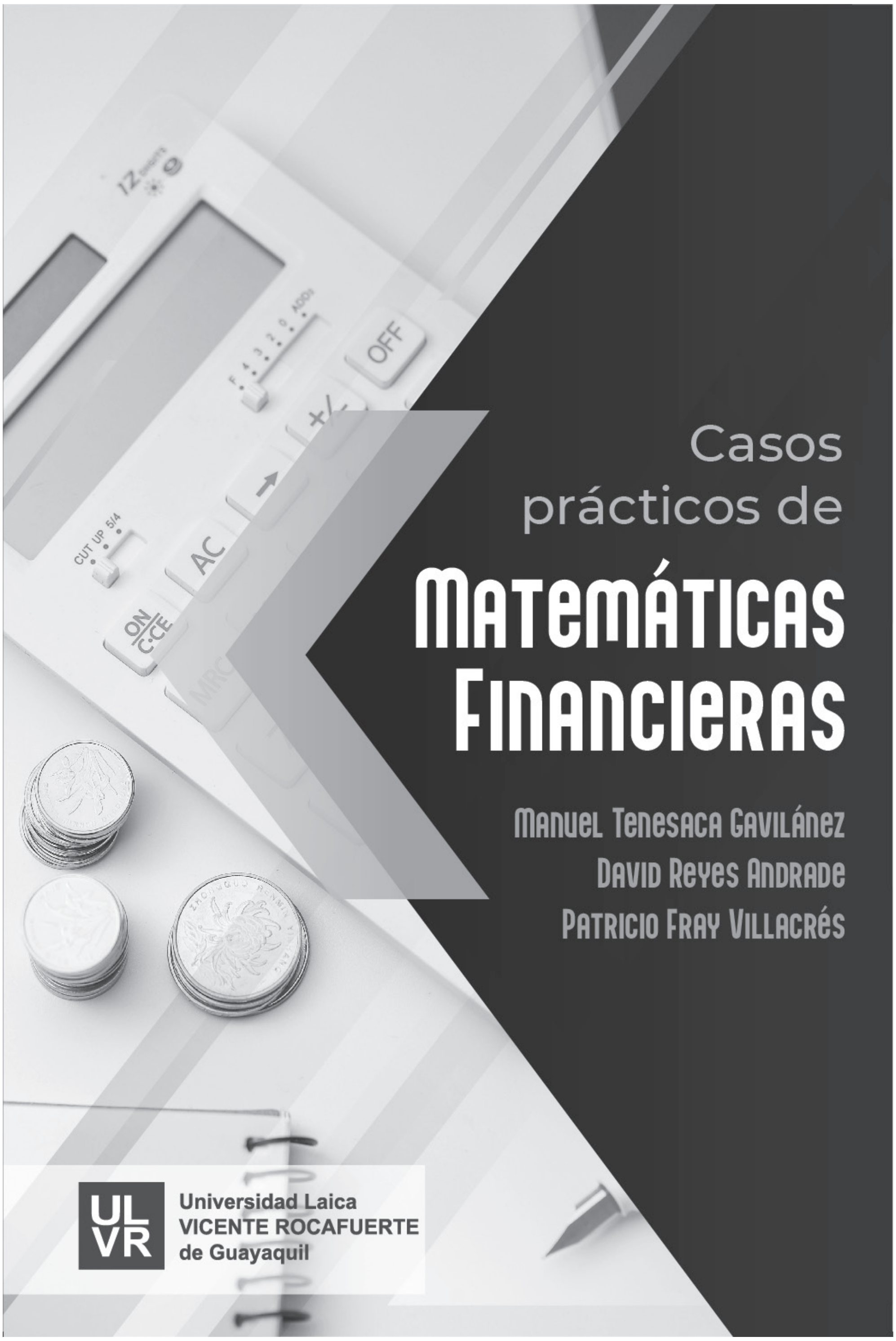
Casos prácticos de Matemáticas Financieras

Manuel Tenesaca Gavilánez
David Reyes Andrade
Patricio Fray Villacrés

Universidad Laica
VICENTE ROCAFUERTE
de Guayaquil



Casos prácticos de

Matemáticas Financieras

Manuel Tenesaca Gavilánez

David Reyes Andrade

Patricio Fray Villacrés

ULVR

Universidad Laica VICENTE ROCAFUERTE de Guayaquil

Casos Prácticos de Matemáticas Financieras

Mgtr. Patricio Xavier Fray Villacrés[1], Mgtr. Manuel Antonio Tenesaca Gavilánez[2], Mgtr. David Javier Reyes Andrade[2]

[1] Docente de la Universidad Laica VICENTE ROCAFUERTE de Guayaquil.
[2] Ejercía la calidad de docente de la ULVR al momento de la escritura del libro.

De esta edición
Universidad Laica VICENTE ROCAFUERTE de Guayaquil (ULVR), 2024
Av. de Las Américas #70, frente al Cuartel Modelo, Guayaquil, Ecuador.
PBX: (00-593-4) 259 6500. www.ulvr.edu.ec

El libro ***Casos Prácticos de Matemáticas Financieras***, fue arbitrado por el Departamento de Investigación Científica, Tecnología e Innovación de la ULVR bajo la metodología doble par ciego (*double blind peer-review*).

Casos Prácticos de Matemáticas Financieras

Fecha de publicación: 1 de mayo de 2024
ISBN: 978-9942-617-08-8 (edición electrónica)
Derechos de autor: En trámite
Depósito legal: En trámite

Para referenciar el libro, utilice el siguiente formato, de acuerdo a las Normas APA 7ª edición:

Fray, P., Tenesaca, M., & Reyes, D. (2024, 1 de mayo). *Casos Prácticos de Matemáticas Financieras.* Editorial ULVR.

Clasificación UNESCO:
120000 Matemáticas
129900 Otras especialidades matemáticas: Finanzas

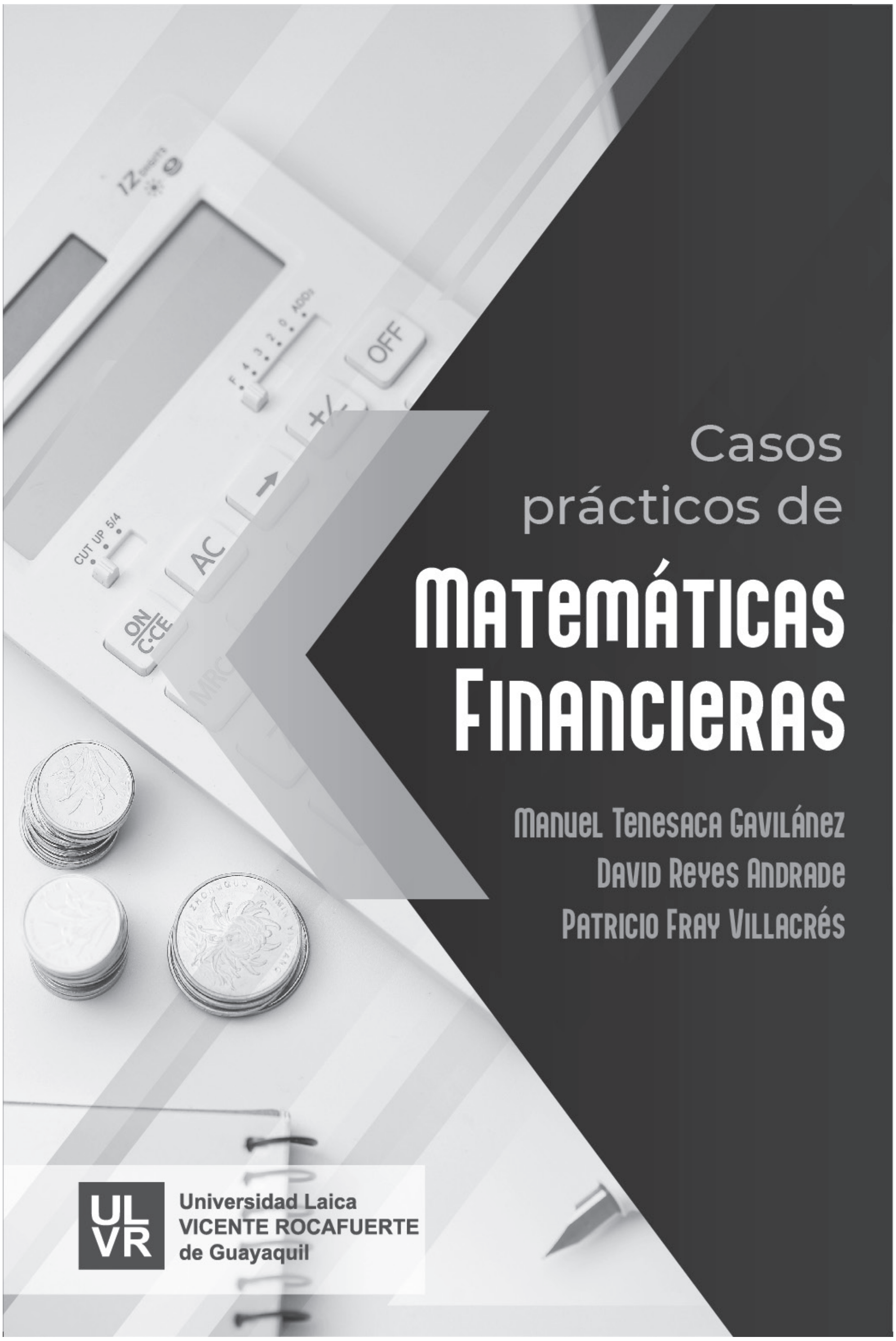
Palabras clave: Matemáticas, Finanzas, Análisis matemático.
Keywords: Mathematics, Finance, Mathematical analysis.

EDITORIAL ULVR UNIVERSIDAD LAICA VICENTE ROCAFUERTE DE GUAYAQUIL

Editado por: Editorial ULVR.
edilaica@ulvr.edu.ec
PBX: (00-593-4) 259 6500, extensión 195

Impresión, diseño y diagramación
Impresos Nueva Luz / imprentanuevaluz@gmail.com

Índice



Casos
prácticos de

Matemáticas Financieras

Manuel Tenesaca Gavilánez
David Reyes Andrade
Patricio Fray Villacrés

ULVR
Universidad Laica
VICENTE ROCAFUERTE
de Guayaquil

CAPÍTULO 1

Capítulo 1

Interés Simple

Objetivo

Comparar eficazmente y aplicar los métodos de cálculo de interés simple y hacer su graficación, realizando un análisis de lo elaborado.

La ecuación es la Fórmula para el interés simple I sobre un capital de P dólares a una tasa de interés anual r en un periodo de t años. Expresar r en términos de I, P y t. (Haeussler & Paul, 2003, p. 40)

El sistema de amortización de préstamos a interés simple presenta diversos **planteamientos** para calcular la cuota uniforme. Plantean una ecuación de equivalencia financiera cuyo primer término es el importe del préstamo y el segundo término de la igualdad es la suma de los valores presentes de cada una de las rentas o cuotas uniformes simbolizadas. (Aliaga V., & Aliaga C., 2017)

Las variables que participan en el cálculo del interés simple y la nomenclatura que vamos a utilizar son:

C = Capital o valor actual
I = Interés
i = Tasa de interés
n = Tiempo o período
M = Monto o valor futuro

Entre los intereses y el capital existe una relación directa en función de la *tasa de interés* y el *tiempo* también denominado *período*.

Ej.: Ud. deposita en una cuenta de ahorros en un banco local el valor de $5.000,00 y al cabo de 6 meses, la entidad bancaria le acredita en su cuenta el valor de $250,00 por concepto de intereses. Es decir, dentro de esos 6 meses Ud. ha logrado obtener un incremento en sus ahorros, acumulando en total $5.250,00. En el presente ejemplo podemos verificar que existe una operación en la que su dinero ha ganado un interés o una rentabilidad.

El principio fundamental del cual se parte es que el dinero con el pasar del tiempo varía en su valor; siendo así, que el banco le pagó en su cuenta de ahorros un interés por el uso del ese dinero. Para Ud. ese interés representa una ganancia o una rentabilidad; sin embargo, para la entidad bancaria esos intereses representan el costo por haber dispuesto de ese capital en sus operaciones bancarias que, por otra parte, también le representaron una ganancia o rentabilidad para el banco.

La tasa de interés refleja una relación entre el capital y los intereses por ese capital, en función del tiempo o período.

En el ejemplo expuesto, tenemos que:

I = Interés = $250,00
C = Capital o valor actual = $5.000,00
n = Tiempo o período = 6 meses
M = Monto = $5.250,00

La Fórmula para calcular el interés simple es la siguiente:

$$I = C * i * n \qquad (1)$$

Donde:

I = Interés
C = Capital, valor inicial o valor actual
i = Tasa de interés
n = Tiempo o período

Del ejemplo anterior, procedemos a reemplazar los valores en la Fórmula y obtenemos lo siguiente:

$$250{,}00 = 5.000{,}00 * i * 6/12$$

Luego, despejamos la variable desconocida o incógnita que es i = Tasa de interés

$$i = \frac{I}{C * n}$$

$$i = \frac{250{,}00}{5.000{,}00 * 6/12}$$

Resolviendo el denominador, tenemos:

$$i = \frac{250,00}{2.500,00}$$

Luego, resolvemos esa operación y tenemos:

$$i = 0,10$$

Lo cual representa en porcentaje que la tasa de interés es el 10,00%.

Además, con la información anterior podemos determinar el monto o valor futuro, que es el valor acumulado del capital inicial con los intereses.

$$M = C + I \qquad (2)$$

Reemplazando en la Fórmula anterior, tenemos:

$$M = 5.000,00 + 250,00$$
$$M = 5.250,00$$

Del ejemplo expuesto, podemos concluir que un capital de \$5.000,00 depositado en una cuenta de ahorros que paga el 10,00% de interés simple anual, genera durante 6 meses el valor de \$250,00 por concepto de intereses, llegando a acumular el total de \$5.250,00.

De las Fórmulas descritas anteriormente, podemos determinar las diferentes Fórmulas para calcular las diferentes variables o incógnitas que intervienen.

$$I = C * i * n \qquad (1)$$

$$M = C + I \qquad (2)$$

Reemplazando en la Fórmula 2, tenemos:

$$M = C + (C * i * n)$$

$$M = C * (1 + i * n)$$

Simplificando, tenemos:

$$M = C (1 + in) \qquad (3)$$

A partir de la Fórmula 3 podemos despejar las diferentes variables que participan en este cálculo. Así, si deseamos calcular el capital, la Fórmula es:

$$C = \frac{M}{(1 + in)} \qquad (4)$$

También el capital se puede calcular, partiendo de la Fórmula 1:

$$I = C * i * n$$

$$C = \frac{I}{i * n} \qquad (5)$$

Si deseamos calcular la tasa de interés, partiendo de la Fórmula 3:

$$M = C(1 + in)$$

$$\frac{M}{C} = (1 + in)$$

$$\frac{M}{C} - 1 = in$$

$$in = \left[\frac{M}{C} - 1\right]$$

Finalmente:

$$in = \frac{\left[\frac{M}{C} - 1\right]}{n} \qquad (6)$$

O también, partiendo de la Fórmula 1:

$$I = C * i * n$$

Despejando, tenemos:

$$i = \frac{I}{C * n} \qquad (7)$$

Si deseamos calcular el período o tiempo, partiendo de la Fórmula 1:

$$I = C * i * n$$

$$n = \frac{I}{C * i} \qquad (8)$$

O también, partiendo de la Fórmula 3:

$$M = C(1 + in)$$

$$\frac{M}{C} = (1 + in)$$

$$\frac{M}{C} - 1 = in$$

$$in = \left[\frac{M}{C} - 1\right]$$

Finalmente:

$$n = \frac{\left(\frac{M}{C}\right) - 1}{i} \qquad \boxed{9}$$

Además, debemos recordar que la tasa de interés *i* debe estar en función del período de tiempo *n*.

Así, por ejemplo, si la tasa de interés simple *i* es **anual** entonces el valor de *n* deberá expresarse en el **equivalente a 12 meses**.

- Si *n* está dado en meses deberá dividirse para 12 meses al año.
- Si *n* está dado en quincenas deberá dividirse para 24 quincenas al año.
- Si *n* está dado en semanas deberá dividirse para 52 semanas al año.
- Si *n* está dado en días deberá dividirse para 360 días al año.

En cambio, si la tasa de interés simple es **semestral** entonces el valor de *n* deberá expresarse en el **equivalente a 6 meses**.

- Si *n* está dado en meses deberá dividirse para 6 meses.
- Si *n* está dado en quincenas deberá dividirse para 12 quincenas en los 6 meses.
- Si *n* está dado en semanas deberá dividirse para 26 semanas en los 6 meses.
- Si *n* está dado en días deberá dividirse para 180 días en los 6 meses.

En cambio, si la tasa de interés simple es **bimestral** entonces el valor de *n* deberá expresarse en el **equivalente a 2 meses**.

- ❖ Si *n* está dado en meses deberá dividirse para 2 meses.
- ❖ Si *n* está dado en quincenas deberá dividirse para 4 quincenas en los 2 meses.
- ❖ Si *n* está dado en semanas deberá dividirse para 8 semanas en los 2 meses.
- ❖ Si *n* está dado en días deberá dividirse para 60 días en los 2 meses.

En cambio, si la tasa de interés simple es **mensual** entonces el valor de *n* deberá expresarse en el **equivalente a 1 mes**.

- ❖ Si *n* está dado en meses deberá dividirse para 1 mes.
- ❖ Si *n* está dado en quincenas deberá dividirse para 2 quincenas en 1 mes.
- ❖ Si *n* está dado en semanas deberá dividirse para 4 semanas en 1 mes.
- ❖ Si *n* está dado en días deberá dividirse para 30 días en 1 mes.

Nota: En las referencias anteriores, en algunos casos los valores son decimales; sin embargo, se expresar en cantidades enteras.

Ejercicios de aplicación:

1.1.- Juan deposita en una cuenta bancaria $10.000,00 y al cabo de 12 meses obtiene por su depósito una rentabilidad de $600,00. Si el banco paga una tasa del 6,00% de interés simple anual. ¿Calcular el monto al cabo de los 12 meses?

I = $600,00
C = $10.000,00
i = 6,00% simple anual
n = 12 meses

En el ejercicio anterior para calcular el monto debemos utilizar la Fórmula 2, y reemplazando, tenemos:

$$M = C + I$$

$$M = 10.000,000 + 600,00$$

$$M = 10.600,00$$

En el caso que no tuviéramos el valor de los intereses, éstos se pudieran calcular partiendo de la Fórmula 1:

$$I = C * i * n$$

$$I = 10.000,000 * 0,06 * 12/12$$

$$I = 10.000,000 * 0,06 * 1$$

$$I = 600,00$$

Luego reemplazamos en la Fórmula 2:

$$M = C + I$$

$$M = 10.000,000 + 600,00$$

$$M = 10.600,00$$

Este mismo caso puede ser desarrollado aplicando la Fórmula 3, para obtener directamente el monto:

$$M = C\,(\,1 + in\,)$$

$$M = 10.000,000\ (1 + 0,06 * 12/12)$$

$$M = 10.000,000\ (1 + 0,06 * 1)$$

$$M = 10.000,000\ (1 + 0,06)$$

$$M = 10.000,000\ (1,06)$$

$$M = 10.600,00$$

1.2.- Pedro deposita en una cuenta bancaria $2.000,00 que paga una tasa del 8,00% de interés simple anual. ¿Calcular los intereses al cabo de 6 meses y el monto que tendrá acumulado?

C = $2.000,00
i = 8,00% simple anual
n = 6 meses

Partimos de la Fórmula 1:

$$I = C * i * n$$

$$I = 2.000,00 * 0,08 * 6/12$$

$$I = 2.000,00 * 0,08 * 0,5$$

$$I = 80,00$$

Luego reemplazamos en la Fórmula 2:

$$M = C + I$$

$$M = 2.000,00 + 80,00$$

$$M = 2.080,00$$

Este mismo caso puede ser desarrollado aplicando la Fórmula 3, para obtener directamente el monto:

$$M = C\,(1 + in)$$

$$M = 2.000,00\,(1 + 0,08 * 6/12)$$

$$M = 2.000,00\,(1 + 0,08 * 0,5)$$

$$M = 2.000,00\,(1 + 0,04)$$

$$M = 2.000,00\,(1,04)$$

$$M = 2.080,00$$

1.3.- Luis depositó en una cuenta bancaria $3.500,00 y al cabo de 4 meses obtuvo $70,00 de intereses. ¿Calcular la tasa de interés simple anual que pagó el banco, y el monto acumulado al cabo de los 4 meses?

C = $3.500,00
I = $70,00
n = 4 meses

Para este caso, utilizamos la Fórmula 7 y reemplazamos:

$$i = \frac{I}{C * n}$$

$$i = \frac{70,00}{3.500,00 * 4/12}$$

$$i = \frac{70,00}{3.500,00 * 0,33333}$$

$$i = \frac{70,00}{1.166,67}$$

$$i = 0,06$$

Entonces:

$$i = 6,00\%$$

Luego reemplazamos en la Fórmula 2:

$$M = C + I$$

$$M = 3.500,00 + 70,00$$

$$M = 3,570,00$$

Además, una vez que calculamos la tasa de interés podríamos aplicar la Fórmula 3 para el monto:

$$M = C\,(1 + in)$$
$$M = 3.500{,}00\,(1 + 0{,}06 * 4/12)$$
$$M = 3.500{,}00\,(1 + 0{,}06 * 0{,}33333)$$
$$M = 3.500{,}00\,(1 + 0{,}02)$$
$$M = 3.500{,}00\,(1{,}02)$$
$$M = 3.570{,}00$$

1.4.- ¿Cuánto tendrá acumulado Carlos en 3 meses en una cuenta bancaria, si deposita inicialmente $4.000,00 y el banco paga una tasa de interés simple semestral del 4,50%?

C = $4.000,00
i = 4,50% simple semestral
n = 3 meses

Partimos de la Fórmula 1:

$$I = C * i * n$$
$$I = 4.000{,}00 * 0{,}045 * 3/6$$
$$I = 4.000{,}00 * 0{,}045 * 0{,}5$$
$$I = 90{,}00$$

Luego reemplazamos en la Fórmula 2:

$$M = C + I$$
$$M = 4.000{,}00 + 90{,}00$$
$$M = 4.090{,}00$$

Nota: En este caso la tasa de interés simple es semestral, por ello, el período de tiempo se divide para 6 meses que hay en un semestre.

1.5.- ¿En qué tiempo, un depósito de $10.000,00 acumula el monto de $11.500,00 si la cuenta bancaria paga el 8,50% de interés simple anual?

C = $10.000,00

M = $11.500,00

i = 8,50% simple anual

En este caso procedemos a aplicar la Fórmula 9:

$$n = \frac{\left(\frac{M}{C}\right) - 1}{i}$$

$$n = \frac{\left(\frac{11.500,00}{10.000,00}\right) - 1}{0,85}$$

$$n = \frac{(1,15) - 1}{0,85}$$

$$n = \frac{1,15 - 1}{0,85}$$

$$n = \frac{0,15}{0,85}$$

$$n = 1,76471$$

En este caso, como n es mayor a 1 y la tasa de interés i es simple anual, entonces el período de tiempo que se obtiene como respuesta es 1,76471 años. Para establecer con mayor exactitud el período de tiempo ese valor lo multiplicamos por 12 y lo convertimos en meses, ya que el año tiene 12 meses.

$$n = 1{,}76471 * 12$$
$$n = 21{,}17652$$

Finalmente podemos deducir que el período de tiempo es 21,18 meses equivalentes a 1 año y 9,18 meses aproximadamente.

El resultado anterior puede ser comprobado, si reemplazamos en el Fórmula 1:

$$I = C * i * n$$
$$I = 10.000{,}00 * 0{,}085 * 21{,}17652/12$$
$$I = 10.000{,}00 * 0{,}085 * 1{,}76471$$
$$I = 1.500{,}00$$

Luego reemplazamos en la Fórmula 2:

$$M = C + I$$
$$M = 10.000{,}00 + 1.500{,}00$$
$$M = 11.500{,}00$$

Este mismo caso puede ser desarrollado aplicando la Fórmula 8, pero previamente debemos obtener el valor de los intereses a través de la Fórmula 2:

$$M = C + I$$
$$11.500{,}00 = 10.000{,}00 + \mathrm{I}$$
$$11.500{,}00 - 10.000{,}00 = \mathrm{I}$$
$$I = 1.500{,}00$$

$$n = \frac{I}{C * i}$$

$$n = \frac{1.500,00}{10.000,00 * 0,085}$$

$$n = \frac{1.500,00}{850,00}$$

$$n = 1,76471$$

Luego aplicando la Fórmula 8 tenemos:

En este caso, como *n* es mayor a 1 y la tasa de interés *i* es simple anual, entonces el período de tiempo que se obtiene como respuesta es 1,76471 años. Para establecer con mayor exactitud el período de tiempo ese valor lo multiplicamos por 12 y lo convertimos en meses, ya que el año tiene 12 meses.

$$n = 1,76471 * 12$$

$$n = 21,17652$$

Finalmente podemos deducir que el período de tiempo es 21,18 meses es equivalente a 1 año y 9,18 meses aproximadamente.

1.6.- ¿Con qué capital se obtiene $500,00 por concepto de intereses en 18 meses si la tasa de interés es del 9,50% simple anual?

I = $500,00

i = 9,50% simple anual

n = 18 meses

Aplicando la Fórmula 1, tenemos:

$$I = C * i * n$$

$$500{,}00 = C * 0{,}095 * 18/12$$

$$500{,}00 = C * 0{,}095 * 1{,}5$$

$$500{,}00 = C * 0{,}1425$$

$$\frac{500{,}00}{0{,}1425} = C$$

$$C = 3.508{,}77$$

O partiendo directamente de la Fórmula 5:

$$C = \frac{I}{i * n}$$

$$C = \frac{500{,}00}{0{,}095 * 18/12}$$

$$C = \frac{500{,}00}{0{,}095 * 15}$$

$$C = \frac{500{,}00}{0{,}1425}$$

$$C = 3.508{,}77$$

Para el presente ejercicio, si deseamos calcular el monto aplicamos la Fórmula 2:

$$M = C + I$$

$$M = 3.508{,}77 + 500{,}00$$

$$M = 4.008{,}77$$

O también si aplicamos la Fórmula 3:

$$M = C\,(1 + in)$$
$$M = 3.508{,}77\,(1 + 0{,}095 * 18/12)$$
$$M = 3.508{,}77\,(1 + 0{,}095 * 1{,}5)$$
$$M = 3.508{,}77\,(1 + 0{,}1425)$$
$$M = 3.508{,}77\,(1{,}1425)$$
$$M = 4.008{,}77$$

1.7.- Juan compra varios electrodomésticos. El valor de contado de los mismos asciende a \$8.500,00. Si Juan cancela el 25% al contado (el día de hoy), y el saldo dentro de 3 meses. ¿Cuánto debe cancelar Juan dentro de los 3 meses, si el comercial cobra la tasa del 8,00% simple mensual?

Valor actual de los electrodomésticos = \$8.500,00
Valor que paga al contado = 25% de la compra
Deuda = 75% de la compra
Tasa de interés = 8,00% simple mensual
Tiempo = 3 meses

Primero determinamos el valor que paga actualmente y la diferencia es la deuda que se considera por la compra a crédito.

Pago de contado = 8.500,00 * 25%
Pago de contado = 2.125,00
Deuda o crédito = 8.500,00 * 75%
Deuda o crédito = 6.375,00

Ahora tenemos:

C = \$6.375,00
i = 8,00% simple anual
n = 3 meses

$$M = C\,(1 + in)$$

$$M = 6.375{,}00\,(1 + 0{,}08 * 3/12)$$

$$M = 6.375{,}00\,(1 + 0{,}08 * 0{,}25)$$

$$M = 6.375{,}00\,(1 + 0{,}02)$$

$$M = 6.375{,}00\,(1{,}02)$$

$$M = 6.502{,}50$$

Juan dentro de los 3 meses deberá cancelar $6.502,50.

1.8.- Un empleado al acogerse a la jubilación recibe $25.000,00 de indemnización. Luego de 2 meses recibe el valor de $8.000,00 por fondo de cesantía, y al siguiente mes (3 meses después de la jubilación) recibe sus fondos de reserva acumulados por el valor de $15.000,00. Todos los valores recibidos fueron depositados en la fecha de su recepción en una cuenta bancaria que paga el 12,00% de interés simple mensual. ¿Cuánto tendrá acumulado en su cuenta 3 años después de su jubilación?

Para el desarrollo del presente caso debemos de manera independiente calcular los montos de cada uno de los depósitos y posteriormente sumar los 3 montos.

Por la indemnización:

C1 = $25.000,00

i = 12,00% simple anual

n = 3 años

$$M1 = C1\,(1 + in)$$

$$M1 = 25.000{,}00\,(1 + 0{,}12 * 3)$$

$$M1 = 25.000{,}00\,(1+0{,}36)$$

$$M1 = 25.000{,}00\,(1{,}36)$$

$$M1 = 34.000{,}00$$

Por el fondo de cesantía:

C2 = $8.000,00

i = 12,00% simple anual

n = 2 años 10 meses (34 meses)

$$M2 = C2\,(1 + in)$$

$$M2 = 8.000,00\,(1 + 0,12 * 34/12)$$

$$M2 = 8.000,00\,(1 + 0,12 * 2,83333)$$

$$M2 = 8.000,00\,(1 + 0,34)$$

$$M2 = 8.000,00\,(1,34)$$

$$M2 = 10.720,00$$

Por el fondo de reserva:

C3 = $15.000,00

i = 12,00% simple anual

n = 2 años 9 meses (33 meses)

$$M3 = C3\,(1 + in)$$

$$M3 = 15.000,00(1+0,12 * 33/12)$$

$$M3 = 15.000,00\,(1 + 0,12 * 2,75)$$

$$M3 = 15.000,00\,(1 + 0,33)$$

$$M3 = 15.000,00\,(1,33)$$

$$M3 = 19.950,00$$

Luego sumamos los 3 montos para obtener el monto total

$$Mt = M1 + M2 + M3$$
$$Mt = 34.000,00 + 10720,00 + 19.950,00$$
$$Mt = 64.670,00$$

Por lo expuesto, el empleado jubilado al cabo de 3 años tendrá acumulado el valor de $64.670,00.

1.9.- ¿Cuánto debe depositarse el 1 de febrero, el 1 de abril y el 1 de junio del mismo año, en una cuenta bancaria que paga el 10,00% de interés simple anual, para lograr un monto de $20.000,00 el 1 de diciembre de ese año, suponiendo que los depósitos son iguales?

Entonces tenemos que:

C1 = C2 = C3; además la suma de M1 +M2 + M3 = Mt donde Mt es Monto total = $20.000,00

Además, sabemos que:

$$M1 = C1\ (1 + in1)$$
$$M2 = C2\ (1 + in2)$$
$$M3 = C3\ (1 + in3)$$
$$M1 + M2 + M3 = C1\ (1 + in1) + C2\ (1 + in2) + C3\ (1 + in3)$$

Luego reemplazamos la suma de M1+M2+M3 por Mt

$$Mt = C1\ (1 + in1) + C2\ (1 + in2) + C3\ (1 + in2)$$

Además, que como ya expresamos que C1=C2=C3 y reemplazamos por simplemente X.

$$Mt = X\ (1 + in1) + X\ (1 + in2) + X\ (1 + in3)$$

Luego aplicamos factor común:

$$Mt = X\ \{(1 + in1) + (1 + in2) + (1 + in3)\}$$

Finalmente reemplazamos los valores, para:

Mt = \$20.000,00
i = 10,00% simple anual
n1 = 10 meses (entre 1 de febrero al 1 de diciembre)
n2 = 8 meses (entre 1 de abril al 1 de diciembre)
n3 = 6 meses (entre 1 de junio al 1 de diciembre)

$$20.000,00 = X\{(1 + 0,10 * 10/12) + (1 + 0,10 * 8/12) + (1 + 0,10 * 6/12)\}$$
$$20.000,00 = X\{(1+0,10 * 0,8333) + (1 + 0,10 * 0,6666) + (1 + 0,10 * 0,5)\}$$
$$20.000,00 = X\{(1 + 0,08333) + (1 + 0,06666) + (1 + 0,05)\}$$
$$20.000,00 = X\{(1,08333) + (1,06666) + (1,05)\}$$
$$20.000,00 = X\{ 3,20 \}$$
$$X = 20.000,00 / 3,20$$
$$X = 6.250,00$$

Como el valor de X es igual a C1 = C2 = C3, entonces debemos depositar en cada fecha indicada el valor de \$6.250,00 para obtener el monto deseado.

1.10.- ¿Cuánto debe depositarse el 1 de febrero y el 1 de abril del mismo año, en una cuenta bancaria que paga el 12,00% de interés simple anual, para lograr un monto de \$25.000,00 el 1 de diciembre de ese año, suponiendo que el segundo depósito es el doble del primer depósito?

Entonces tenemos que:

$$C2 = C1 + C1 \quad \text{o} \quad C2 = 2C1$$

Además, la suma de M1 + M2 = Mt donde Mt es Monto total = \$25.000,00

Entonces:

$$M1 = C1 (1 + in1)$$
$$M2 = C2 (1 + in2)$$
$$M1 + M2 = C1 (1 + in1) + C2 (1 + in2)$$

Luego reemplazamos la suma de M1+M2 por Mt.

$$Mt = C1\ (\ 1 + in1\ ) + C2\ (\ 1 + in2\ )$$

Además, que ya conocemos que C2=2C1 y reemplazamos C1 por X.

$$Mt = X\ (\ 1 + in1\ ) + 2X\ (\ 1 + in2\ )$$

Finalmente reemplazamos los valores, para:

Mt = $25.000,00
i = 12,00% simple anual
n1 = 10 meses (entre 1 de febrero al 1 de diciembre)
n2 = 8 meses (entre 1 de abril al 1 de diciembre)

$$25.000,00 = X\ (\ 1 + 0,12 * 10/12\ ) + 2X\ (\ 1 + 0,12 * 8/12\ )$$
$$25.000,00 = X\ (\ 1 + 0,12 * 0,83333\ ) + 2X\ (\ 1 + 0,12 * 0,66667\ )$$
$$25.000,00 = X\ (\ 1 + 0,1\ ) + + 2X\ (\ 1 + 0,08\ )$$
$$25.000,00 = X\ (\ 1,1\ ) + 2X\ (\ 1,08\ )$$
$$25.000,00 = 1,1X + 2,16X$$
$$25.000,00 = 3,26X$$
$$X = 25.000,00\ /\ 3,26$$
$$X = 7.668,71$$

Como X es C1 entonces el primer depósito será de $7.668,71 y el segundo depósito será el doble de C1 que es igual a $15.337,42

1.11.- ¿Cuánto deberá tener hoy, si desea depositar en sendas cuentas bancarias que pagan cada una de ellas la tasa del 7,00% de interés simple anual, si Ud. desea retirar dentro de 3 meses la cantidad de $10.000,00 de la primera cuenta y 2 meses después retirar $15.000,00 de la segunda cuenta?

Entonces tenemos que:

C1 + C2 = Ct

Utilizamos la siguiente Fórmula:

$$C = \frac{M}{(1 + in)}$$

Para el C1 tenemos:

M1 = $10.000,00
i = 7,00% simple anual
n1= 3 meses

$$C1 = \frac{M1}{(1 + in1)}$$

$$C1 = \frac{10.000,00}{(1 + 0,07 * 3/12)}$$

$$C1 = \frac{10.000,00}{(1 + 0,07 * 0,25)}$$

$$C1 = \frac{10.000,00}{(1 + 0,0175)}$$

$$C1 = \frac{10.000,00}{(1,0175)}$$

$$C1 = 9.828,00$$

Para el C2 tenemos:

M2 = $15.000,00
i = 7,00% simple anual
n2 = 5 meses

$$C2 = \frac{M2}{(1 + in2)}$$

$$C2 = \frac{15.000{,}00}{(1 + 0{,}07 * 5/12)}$$

$$C2 = \frac{15.000{,}00}{(1 + 0{,}07 * 0{,}41667)}$$

$$C2 = \frac{15.000{,}00}{(1 + 0{,}02917)}$$

$$C2 = \frac{15.000{,}00}{(1{,}02917)}$$

$$C2 = 14.574{,}90$$

Luego sumamos C1 + C2 = Ct

$$Ct = C1 + C2$$

$$Ct = 9.828{,}00 + 14.574{,}90$$

$$Ct = 24.402{,}90$$

1.12.- Mario compra varios electrodomésticos acordando la siguiente forma de pago: Dentro de 3 meses la cantidad de $2.500,00; luego otro pago dentro de 6 meses por $3.000,00 y finalmente un último pago dentro de 9 meses por $3.500,00 ¿Cuál es el valor de contado de los electrodomésticos, si el crédito otorgado por la empresa le genera la tasa del 6,50% simple anual? Considere que los pagos futuros ya incluyen los intereses respectivos.

Para el desarrollo del presente caso, cada uno de los 3 pagos se constituye en monto o valor futuro, y procederemos a calcular el capital o valor actual de cada uno de esos pagos.

Aplicamos la siguiente Fórmula:

$$C1 = \frac{M}{(1 + in1)}$$

Para el C1 tenemos:

$M1 = \$2.500{,}00$
$i = 6{,}50\%$ *simple anual*
$n1 = 3$ *meses*

Para el C2 tenemos:

$M2 = \$3.000{,}00$
$i = 6{,}50\%$ *simple anual*
$n2 = 6$ *meses*

Para el C3 tenemos:

$M2 = \$3.500{,}00$
$i = 6{,}50\%$ *simple anual*
$n3 = 9$ *meses*

$$C1 = \frac{M1}{(1 + in1)}$$

$$C1 = \frac{2.500{,}00}{(1 + 0{,}065 * 3/12)}$$

$$C1 = \frac{2.500{,}00}{(1 + 0{,}065 * 0{,}25)}$$

$$C1 = \frac{2.500{,}00}{(1 + 0{,}01625)}$$

$$C1 = \frac{2.500{,}00}{(1{,}01625)}$$

$$C1 = 2.460{,}02$$

$$C2 = \frac{M2}{(1 + in2)}$$

$$C2 = \frac{3.000,00}{(1 + 0,065 * 6/12)}$$

$$C2 = \frac{3.000,00}{(1 + 0,065 * 0,5)}$$

$$C2 = \frac{3.000,00}{(1 + 0,0325)}$$

$$C2 = \frac{3.000,00}{(1,0325)}$$

$$C2 = 2.905,57$$

$$C3 = \frac{M3}{(1 + in3)}$$

$$C3 = \frac{3.500,00}{(1 + 0,065 * 9/12)}$$

$$C3 = \frac{3.500,00}{(1 + 0,065 * 0,75)}$$

$$C3 = \frac{3.500,00}{(1 + 0,04875)}$$

$$C3 = \frac{3.500,00}{(1,04875)}$$

$$C3 = 3.337,31$$

Luego sumamos los tres capitales o valores actuales calculados:

$$Ct = C1 + C2 + C3$$

$$Ct = 2.460,02 + 2.905,57 + 3.337,31$$

$$Ct = 8.702,90$$

El valor de contado de los electrodomésticos asciende a $8.702,90

1.13.- Juan compra un Televisor de 55" acordando cancelar de la siguiente manera: Un abono inicial que representa el 10% de la compra, dentro de 2 meses cancelará $750,00 que representa el 75% del valor al contado, y el saldo con un pago final dentro de 4 meses. ¿Cuál es el valor al contado del Televisor, si por el crédito otorgado la empresa cobra la tasa del 9,00% simple anual? Considere que el pago dentro de 2 meses ya incluye los intereses respectivos.

Para el desarrollo del presente caso, se procede a calcular el valor actual del segundo pago efectuado a los 2 meses. Tenemos:

M = $750,00
i = 9,00% simple anual
n = 2 meses

$$C = \frac{M}{(1 + in)}$$

$$C = \frac{750{,}00}{(1 + 0{,}09 * 2/12)}$$

$$C = \frac{750{,}00}{(1 + 0{,}09 * 0{,}16667)}$$

$$C = \frac{750{,}00}{(1 + 0{,}015)}$$

$$C = \frac{750{,}00}{(1{,}015)}$$

$$C = 738{,}92$$

El valor calculado representa el 75% de la compra, entonces mediante regla de tres simple calculamos el 100%, y tenemos:

738,92	75%
X	100%

$$X = 738{,}92 * 100\% / 75\%$$

$$X = 985{,}22$$

El valor de contado del Televisor es de $985,22

1.14.- Con los datos del ejercicio 1.13 ¿Cuál fue el valor del pago inicial, a cuánto asciende el último pago dentro de 4 meses, y cuál es el valor total pagado por la compra del Televisor?

Para calcular el pago o abono inicial simplemente calculamos el 10% del valor de contado, esto es:

$$985{,}22 * 10\% = 98{,}52$$

Para calcular el último pago, obtenemos el 15% del valor de contado y lo llevamos a valor futuro o monto. Tenemos:

$$985{,}22 * 15\% = 147{,}78$$

C = $147,78
i = 9,00% simple anual
n = 4 meses

$$M = C(1 + in)$$
$$M = 147{,}78\,(1 + 0{,}09 * 4/12)$$
$$M = 147{,}78\,(1 + 0{,}09 * 0{,}33333)$$
$$M = 147{,}78\,(1 + 0{,}03)$$
$$M = 147{,}78\,(1{,}03)$$
$$M = 152{,}22$$

El valor del último pago asciende a $152,22.

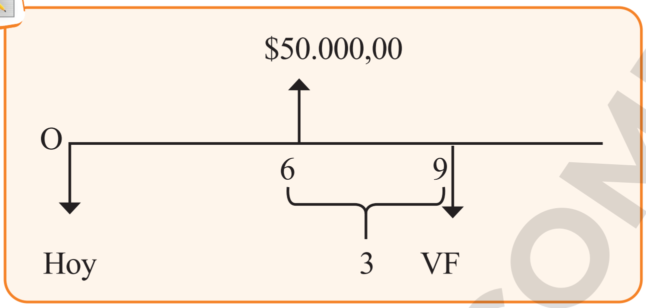
Finalmente, si deseamos conocer el valor total pagado por la compra del Televisor sumamos los 3 pagos, tenemos:

$$VT = 98{,}52 + 750 + 152{,}22$$
$$VT = 1.000{,}74$$

1.15.- Carlos debe cancelar tres documentos que ya incluyen los intereses, de la siguiente manera: $50.000,00 dentro de 6 meses, $75.000,00 dentro de 8 meses y $100.000,00 dentro de 10 meses. Carlos pacta cancelar el día de hoy $60.000,00 y el saldo dentro de 9 meses a partir de hoy. ¿Qué valor deberá cancelar Carlos dentro de 9 meses para liquidar las deudas previas, si se considera el 12,00% de interés simple anual? Considere como fecha focal dentro de 9 meses.

Lo primero que vamos a realizar es trasladar las deudas iniciales a la fecha en la cual se va a liquidar la deuda.

Documento 1:

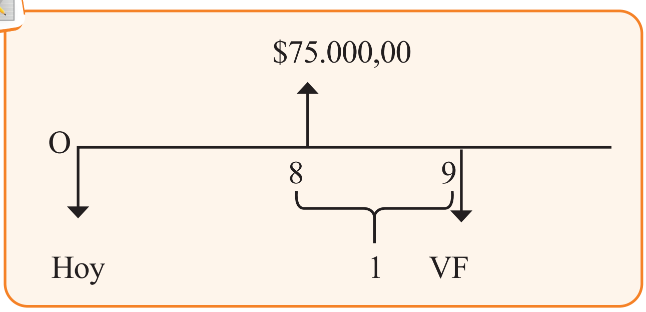


C = $50.000,00
i = 12,00% simple anual
n = 3 meses

$$M = C\,(1 + in)$$
$$M = 50.000,00\,(1 + 0,12 * 3/12)$$
$$M = 50.000,00\,(1 + 0,12 * 0,25)$$
$$M = 50.000,00\,(1 + 0,03)$$
$$M = 50.000,00\,(1,03)$$
$$M = 51.500,00$$

Por el primer documento el pago asciende a $51.500,00.

Documento 2:



C = \$75.000,00

i = 12,00% simple anual

n = 1 mes

$$M = C\,(\,1 + in\,)$$

$$M = 75.000{,}00\,(\,1 + 0{,}12 * 1/12\,)$$

$$M = 75.000{,}00\,(\,1 + 0{,}12 * 0{,}08333\,)$$

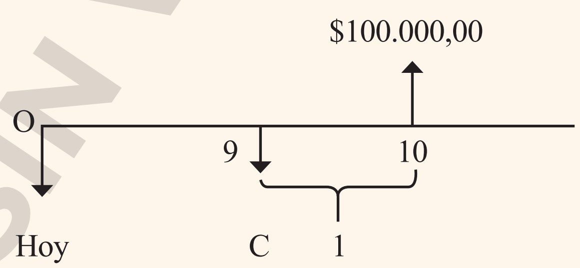
$$M = 75.000{,}00\,(\,1 + 0{,}00999\,)$$

$$M = 75.000{,}00\,(\,1{,}00999\,)$$

$$M = 75.749{,}25$$

Por el segundo documento el pago asciende a \$75.749,25

Documento 3:



M = \$100.000,00

i = 12,00% simple anual

n = 1 mes

$$C = \frac{M}{(1 + in)}$$

$$C = \frac{100.000,00}{(1 + 0,12 * 1/12)}$$

$$C = \frac{100.000,00}{(1 + 0,12 * 0,08333)}$$

$$C = \frac{100.000,00}{(1 + 0,00999)}$$

$$C = \frac{100.000,00}{(1,00999)}$$

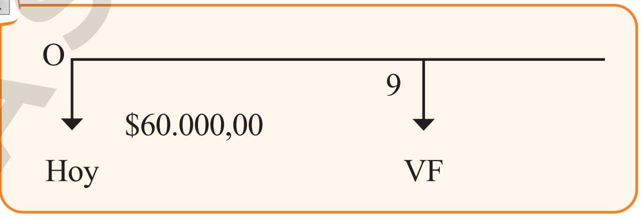
$$C = 99.010,88$$

Por el tercer documento el pago asciende a \$99.010,88

Luego sumamos los tres documentos, y tenemos:

\$51.500,00
+ \$75.749,25
+ \$99.010,88
\$226.260,13

El abono efectuado, el día de hoy se traslada a 9 meses:



C = \$60.000,00
i = 12,00% simple anual
n = 9 meses

$$M = C(1 + in)$$

$$M = 60.000,00\,(1 + 0,12 * 9/12)$$

$$M = 60.000,00\,(1 + 0,12 * 0,75)$$

$$M = 60.000,00\,(1 + 0,00999)$$

$$M = 60.000,00\,(1,09)$$

$$M = 65.400,00$$

Por el abono efectuado asciende a $65.400,00

Finalmente, restamos el valor correspondiente por los 3 documentos del abono efectuado.

$$\begin{array}{r} \$226.260,13 \\ -\ \$\ \ 65.400,00 \\ \hline \$160.860,13 \end{array}$$

El pago final para cancelar las deudas asciende a $160.860,13

1.16.- Luis, el día de hoy, adquiere dos deudas: una por $10.000,00 pagadera dentro de 6 meses al 7,00% de interés simple anual, y la segunda por $15.000,00 pagadera dentro de 10 meses al 8,00% de interés simple anual. Transcurrido 3 meses, Luis acuerda refinanciar las dos deudas, las cuales se cancelarán mediante 2 pagos iguales, el primero de ellos 6 meses después de la fecha de refinación y el segundo de ellos 9 meses después de la fecha de refinación, a una tasa del 10,00% de interés anual. Considere como fecha focal, la correspondiente al primer pago.

Primero vamos a calcular el valor de las respectivas deudas a las fechas originales.

Deuda 1:

C = $10.000,00
i = 7,00% simple anual
n = 6 meses

$$M = C(1 + in)$$

$$M = 10.000{,}00\,(1 + 0{,}07 * 6/12)$$

$$M = 10.000{,}00\,(1 + 0{,}07 * 0{,}5)$$

$$M = 10.000{,}00\,(1 + 0{,}035)$$

$$M = 10.000{,}00\,(1{,}035)$$

$$M = 10.350{,}00$$

El valor a pagar dentro de 6 meses por la primera deuda asciende a $10.350,00.

Deuda 2:

C = $15.000,00
i = 8,00% simple anual
n = 10 meses

$$M = C(1 + in)$$

$$M = 15.000{,}00\,(1 + 0{,}08 * 10/12)$$

$$M = 15.000{,}00\,(1 + 0{,}08 * 0{,}83333)$$

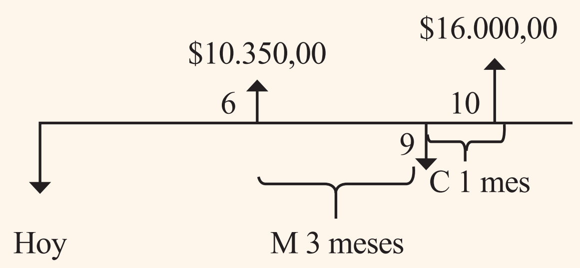
$$M = 15.000{,}00\,(1 + 0{,}06667)$$

$$M = 15.000{,}00\,(1{,}06667)$$

$$M = 16.000{,}00$$

El valor a pagar dentro de 10 meses por la segunda deuda asciende a $16.000,00.

A continuación, trasladamos ambas deudas a la fecha focal, es decir, 9 meses a partir de hoy, ya que la fecha focal es 6 meses después de la fecha de refinanciación (que fue al mes 3).



Para la primera deuda calculamos el Monto, ya que del mes 6 se la debe trasladar al mes 9:

C = $10.350,00
i = 10,00% simple anual
n = 3 meses

$$M = C\,(1 + in)$$

$$M = 10.350,00\,(1 + 0,10 * 3/12)$$

$$M = 10.350,00\,(1 + 0,10 * 0,25)$$

$$M = 10.350,00(1 + 0,025)$$

$$M = 10.350,00(1,025)$$

$$M = 10.608,75$$

Para la segunda deuda calculamos el Capital, ya que del mes 10 se la debe trasladar al mes 9:

M = $16.000,00
i = 10,00% simple anual
n = 1 mes

$$C1 = \frac{M1}{(1 + in1)}$$

$$C = \frac{16.000,00}{(1 + 0,10 * 1/12)}$$

$$C = \frac{16.000,00}{(1 + 0,10 * 0,08333)}$$

$$C = \frac{16.000,00}{(1 + 0,00833)}$$

$$C = \frac{100.000,00}{(1,00833)}$$

$$C = 15.867,77$$

A continuación, sumamos el valor de las dos deudas calculados en la fecha focal.

$$Total = 10.608,75 + 15.867,77$$

$$Total = 26.476,52$$

Ahora los dos pagos que se van a efectuar (en el mes 9 y en el mes 12), deben sumar el valor de la deuda total calculada a la fecha focal.

Como los pagos son iguales, lo representamos con el valor de X:

$$X = \frac{X}{(1 + in)}$$

El primer término X representa el primer pago en la fecha focal.

El segundo término $\frac{X}{(1 + in1)}$ representa el segundo pago 3 meses después.

La suma de los dos pagos debe igualar a la deuda total calculada a la fecha focal.

$$X = \frac{X}{(1 + in)} = \text{Deuda Total}$$

$$X = \frac{X}{(1 + 0{,}10 * 3/12)} = 26.476{,}52$$

$$X = \frac{X}{(1 + 0{,}10 * 0{,}25)} = 26.476{,}52$$

$$X = \frac{X}{(1 + 0{,}025)} = 26.476{,}52$$

$$X = \frac{X}{(1{,}025)} = 26.476{,}52$$

$$X + 0{,}97561\ X = 26.476{,}52$$

$$1{,}97561\ X = 26.476{,}52$$

$$X = 26.476{,}52 / 1{,}97561$$

$$X = 13.401{,}70$$

Por lo expuesto, cada uno de los pagos ascenderá a $13.401,70.

Finalmente, vamos a comprobar la respuesta obtenida:

Deuda total al mes 9	26.476,52
Abono en el mes 9	- 13.401,70
Saldo de la deuda	**13.074,82**

El saldo se cancelará 3 meses después, por lo cual calculamos los intereses respectivos.

C = $13.074,82
i = 10,00% simple anual
n = 3 meses

$$M = C\,(1 + in)$$

$$M = 13.074{,}82\,(1 + 0{,}10 * 3/12)$$

$$M = 13.074{,}82\,(1 + 0{,}10 * 0{,}25)$$

$$M = 13.074{,}82\,(1 + 0{,}025)$$

$$M = 13.074{,}82\,(1{,}025)$$

$$M = 13.401{,}69$$

Este es el valor de la cuota o pago que se cancelará dentro de 3 meses.

17.- El 1 de marzo una persona invierte $12.000,00 en una cuenta que otorga una tasa del 9,00 de interés simple anual. ¿Cuál es el valor acumulado dentro de 92 días?

C = $12.000,00
i = 9,00% simple anual
n = 92 días

En el ejercicio anterior como está en días, vamos a dividir el valor de n para 360 días que tiene un año, tenemos:

$$I = C * i * n$$

$$I = 12.000{,}00 * 0{,}09 * 92/360$$

$$I = 276{,}00$$

Luego:

$$M = C + I$$

$$M = 12.000{,}00 + 276{,}00$$

$$M = 12.276{,}00$$

El valor acumulado será de $12.276,00.

También podemos calcular directamente el monto a partir de la Fórmula:

$$M = C\,(1 + in)$$

$$M = 12.000,00\,(1 + 0,09 * 92/360)$$

$$M = 12.000,00\,(1 + 0,09 * 0,25556)$$

$$M = 12.000,00\,(1 + 0,023)$$

$$M = 12.000,00\,(1,023)$$

$$M = 12.276,00$$

Con lo cual comprobamos que el valor acumulado será de $12.276,00.

Nota: Algunos autores para el caso que el tiempo esté dado en días se lo divide para 365 días que tiene el año; no obstante, si no se indica que se calcule el interés con tiempo exacto se considerará que cada mes tiene 30 días, caso contrario, se considerará los días exactos de cada mes y solo en este caso se divide para 365 días.

18.- Una persona invierte $3.000,00 desde el 12 de abril hasta el 25 de noviembre del mismo año, en una cuenta que otorga una tasa del 8,50 de interés simple anual. ¿Cuál es el valor acumulado aplicando el interés con tiempo exacto?

C = $3.000,00
i = 8,50% simple anual
n = 227 días

En el ejercicio anterior como está en días, vamos a dividir el valor de n para 365 días exactos que tiene un año, tenemos:

$$I = C * i * n$$

$$I = 3.000,00 * 0,085 * 227/365$$

$$I = 158,59$$

Luego:

$$M = C + I$$

$$M = 3.000,00 + 158,59$$

$$M = 3.158,59$$

El valor acumulado será de $3.158,59.

También podemos calcular directamente el monto a partir de la Fórmula:

$$M = C\,(\,1 + in\,)$$

$$M = 3.000,00\,(\,1 + 0,085 * 227/365\,)$$

$$M = 3.000,00\,(\,1 + 0,085 * 0,62192\,)$$

$$M = 3.000,00\,(\,1 + 0,05286\,)$$

$$M = 3.000,00\,(\,1,05286\,)$$

$$M = 3.158,59$$

Con lo cual comprobamos que el valor acumulado será de $3.158,59.

NOTA: Para calcular los días transcurrido entre una fecha y otra, contamos como primer día al siguiente de la inversión hasta el día mismo de la inversión. En ejercicio propuesto, tenemos:

18 días (abril) + 31 días (mayo) + 30 días (junio) + 31 días (julio) + 31 días (agosto) + 30 días (septiembre) + 31 días (octubre) + 25 días (noviembre)

Autoevaluación 1

1.19.- Pedro deposita en una cuenta bancaria $7.500,00 y al cabo de 12 meses obtiene por su depósito una rentabilidad de $375,00. Si el banco paga una tasa del 5,00% de interés simple anual. ¿Calcular el monto al cabo de los 12 meses?

1.20.- Ud. deposita en una cuenta bancaria $6.000,00 y al cabo de 6 meses obtiene por su depósito una rentabilidad de $240,00. Si el banco paga una tasa del 8,00% de interés simple anual. ¿Calcular el monto al cabo de los 6 meses?

1.21.- Carlos deposita en una cuenta bancaria $3.000,00 y al cabo de 9 meses obtiene por su depósito una rentabilidad de $202,50. Si el banco paga una tasa del 9,00% de interés simple anual. ¿Calcular el monto al cabo de los 9 meses?

1.22.- Juan deposita en una cuenta bancaria $3.500,00 que paga una tasa del 9,00% de interés simple anual. ¿Calcular los intereses al cabo de 9 meses y el monto que tendrá acumulado?

1.23.- José deposita en una cuenta bancaria $4.500,00 que paga una tasa del 11,00% de interés simple anual. ¿Calcular los intereses al cabo de 15 meses y el monto que tendrá acumulado?

Ejercicios propuestos

1.24.- John deposita en una cuenta bancaria $6.500,00 que paga una tasa del 12,50% de interés simple anual. ¿Calcular los intereses al cabo de 18 meses y el monto que tendrá acumulado?

1.25.- Luis depositó en una cuenta bancaria $2.000,00 y al cabo de 6 meses obtuvo $90,00 de intereses. ¿Calcular la tasa de interés simple anual que pagó el banco, y el monto acumulado al cabo de los 6 meses?

1.26.- Ud. depositó en una cuenta bancaria $5.000,00 y al cabo de 9 meses obtuvo $300,00 de intereses. ¿Calcular la tasa de interés simple anual que pagó el banco, y el monto acumulado al cabo de los 9 meses?

1.27.- Ud. depositó en una cuenta bancaria $5.500,00 y al cabo de 12 meses obtuvo $550,00 de intereses. ¿Calcular la tasa de interés simple anual que pagó el banco, y el monto acumulado al cabo de los 12 meses?

1.28.- ¿Cuánto tendrá acumulado Carlos en 3 meses en una cuenta bancaria, si deposita inicialmente $5.000,00 y el banco paga una tasa de interés simple semestral del 6,00%?

1.29.- ¿Cuánto tendrá acumulado José en 6 meses en una cuenta bancaria, si deposita inicialmente $6.500,00 y el banco paga una tasa de interés simple semestral del 10,00%?

1.30.- ¿Cuánto tendrá acumulado Ud. en 12 meses en una cuenta bancaria, si deposita inicialmente $8.000,00 y el banco paga una tasa de interés simple semestral del 7,50%?

1.31.- ¿En qué tiempo, un depósito por $12.000,00 acumula el monto de $14.500,00 si la cuenta bancaria paga el 6,50% de interés simple anual?

1.32.- ¿En qué tiempo, un depósito por $15.000,00 acumula el monto de $15.200,00 si la cuenta bancaria paga el 8,50% de interés simple anual?

1.33.- ¿En qué tiempo, un depósito por $18.000,00 acumula el monto de $19.800,00 si la cuenta bancaria paga el 10,00% de interés simple anual?

interés es del 10,00% simple anual?

1.35.- ¿Con qué capital se obtiene \$800,00 por concepto de intereses en 12 meses si la tasa de interés es del 10,00% simple anual?

1.36.- ¿Con qué capital se obtiene \$1.000,00 por concepto de intereses en 6 meses si la tasa de interés es del 12,00% simple anual?

1.37.- ¿Con qué capital se obtiene \$1.200,00 por concepto de intereses en 9 meses si la tasa de interés es del 15,00% simple anual?

1.38.- Pedro adquiere varios electrodomésticos. El valor de contado de los mismos asciende a \$10.000,00. Si Pedro cancela el 25% al contado (el día de hoy), y el saldo dentro de 5 meses. ¿Cuánto debe cancelar Pedro dentro de los 5 meses, si el comercial cobra la tasa del 8,50% simple mensual?

1.39.- José adquiere varios electrodomésticos. El valor de contado de los mismos asciende a \$15.000,00. Si José cancela el 10% al contado (el día de hoy), y el saldo dentro de 6 meses. ¿Cuánto debe cancelar José dentro de los 6 meses, si el comercial cobra la tasa del 10,00% simple mensual?

1.40.- Ud. adquiere varios electrodomésticos. El valor de contado de los mismos asciende a \$20.000,00. Si Ud. cancela el 15% al contado (el día de hoy), y el saldo dentro de 3 meses. ¿Cuánto debe cancelar Ud. dentro de los 3 meses, si el comercial cobra la tasa del 12,00% simple mensual?

1.41.- Un empleado al acogerse a la jubilación recibe \$15.000,00 de indemnización. Luego de 3 meses recibe el valor de \$10.000,00 por fondo de cesantía, y al siguiente mes (4 meses después de la jubilación) recibe sus fondos de reserva acumulados por el valor de \$16.000,00. Todos los valores recibidos fueron depositados en la fecha de su recepción en una cuenta bancaria que paga el 15,00% de interés simple mensual. ¿Cuánto tendrá acumulado en su cuenta 3 años después de su jubilación?

1.42.- Un empleado recibe $10.000,00 por un bono por eficiencia. Al mes siguiente recibe otro bono por $5.000,00 por comisiones. Todos los valores recibidos por bono fueron depositados en la fecha de su recepción en una cuenta bancaria que paga el 14,00% de interés simple mensual. ¿Cuánto tendrá acumulado en su cuenta 1 años después de recibir el primer bono?

1.43.- ¿Cuánto debe depositarse el 16 de marzo, el 16 de mayo y el 16 de julio del mismo año, en una cuenta bancaria que paga el 12,00% de interés simple anual, para lograr un monto de $25.000,00 el 1 de noviembre de ese año, suponiendo que los depósitos son iguales?

1.44.- ¿Cuánto debe depositarse el 20 de abril y el 15 de mayo del mismo año, en una cuenta bancaria que paga el 12,50% de interés simple anual, para lograr un monto de $15.000,00 el 10 de octubre de ese año, suponiendo que los depósitos son iguales?

1.45.- ¿Cuánto debe depositarse el 16 de febrero y el 16 de marzo del mismo año, en una cuenta bancaria que paga el 10,00% de interés simple anual, para lograr un monto de $20.000,00 el 15 de septiembre de ese año, suponiendo que el segundo depósito es el doble del primer depósito?

1.46.- ¿Cuánto debe depositarse el 10 de marzo y el 25 de mayo del mismo año, en una cuenta bancaria que paga el 11,50% de interés simple anual, para lograr un monto de $15.000,00 el 10 de noviembre de ese año, suponiendo que el segundo depósito es el doble del primer depósito?

1.47.- ¿Cuánto deberá tener hoy, si desea depositar en sendas cuentas bancarias que pagan cada una de ellas la tasa del 8,00% de interés simple anual, si Ud. desea retirar dentro de 3 meses la cantidad de $12.000,00 de la primera cuenta y 3 meses después retirar $16.000,00 de la segunda cuenta?

1.48.- ¿Cuánto deberá tener hoy, si desea depositar en sendas cuentas bancarias que pagan cada una de ellas la tasa del 10,00% de interés simple anual, si Ud. desea retirar dentro de 4 meses la cantidad de $9.000,00 de la primera cuenta y al mes siguiente retirar $12.000,00 de la segunda cuenta?

1.49.- Carlos compra varios electrodomésticos acordando la siguiente forma de pago: Dentro de 2 meses la cantidad de $1.500,00; luego otro pago dentro de 4 meses por $4.000,00 y finalmente un último pago dentro de 7 meses por $3.500,00 ¿Cuál es el valor de contado de los electrodomésticos, si el crédito otorgado por la empresa le genera la tasa del 7,50% simple anual? Considere que los pagos futuros ya incluyen los intereses respectivos.

1.50.- Ud. compra varios electrodomésticos acordando la siguiente forma de pago: El día de la compra cancela la cantidad de $1.000,00; luego otro pago dentro de 2 meses por $5.000,00 y finalmente un último pago dentro de 5 meses por $7.500,00 ¿Cuál es el valor de contado de los electrodomésticos, si el crédito otorgado por la empresa le genera la tasa del 8,50% simple anual? Considere que los pagos futuros ya incluyen los intereses respectivos.

1.51.- Juan compra un Televisor de 55” acordando cancelar de la siguiente manera: Un abono inicial que representa el 5% de la compra, dentro de 2 meses cancelará $800,00 que representa el 75% del valor al contado, y el saldo con un pago final dentro de 4 meses. ¿Cuál es el valor al contado del Televisor, si por el crédito otorgado la empresa cobra la tasa del 10,00% simple anual? Considere que el pago dentro de 2 meses ya incluye los intereses respectivos.

1.52.- Javier compra un Refrigerador acordando cancelar de la siguiente manera: Un abono inicial que representa el 15% de la compra, dentro de 3 meses cancelará $500,00 que representa el 60% del valor al contado, y el saldo con un pago final dentro de 5 meses. ¿Cuál es el valor al contado del Refrigerador, si por el crédito otorgado la empresa cobra la tasa del 12,00% simple anual? Considere que el pago dentro de 3 meses ya incluye los intereses respectivos.

1.53.- Con los datos del ejercicio anterior ¿Cuál fue el valor del pago inicial, a cuánto asciende el último pago dentro de 5 meses, y cuál es el valor total pagado por la compra?

1.54.- Carlos debe cancelar tres documentos que ya incluyen los intereses, de la siguiente manera: \$10.000,00 dentro de 6 meses, \$15.000,00 dentro de 8 meses y \$20.000,00 dentro de 10 meses. Carlos pacta cancelar el día de hoy \$15.000,00 y el saldo dentro de 9 meses a partir de hoy. ¿Qué valor deberá cancelar Carlos dentro de 9 meses para liquidar las deudas previas, si se considera el 10,00% de interés simple anual? Considere como fecha focal dentro de 9 meses.

1.55.- Manuel debe cancelar tres documentos que ya incluyen los intereses, de la siguiente manera: \$12.000,00 dentro de 6 meses, \$20.000,00 dentro de 8 meses y \$30.000,00 dentro de 12 meses. Manuel pacta cancelar el día de hoy \$5.000,00 y el saldo dentro de 12 meses a partir de hoy. ¿Qué valor deberá cancelar Manuel dentro de 12 meses para liquidar las deudas previas, si se considera el 9,50% de interés simple anual? Considere como fecha focal dentro de 12 meses.

1.56.- Luis, el día de hoy, adquiere dos deudas: una por \$15.000,00 pagadera dentro de 6 meses al 7,00% de interés simple anual, y la segunda por \$20.000,00 pagadera dentro de 10 meses al 8,00% de interés simple anual. Transcurrido 4 meses, Luis acuerda refinanciar las dos deudas, las cuales se cancelarán mediante 2 pagos iguales, el primero de ellos 6 meses después de la fecha de refinación y el segundo de ellos 12 meses después de la fecha de refinación, a una tasa del 11,50% de interés anual. Considere como fecha focal, la correspondiente al primer pago.

1.57.- El 15 de abril una persona invierte $15.000,00 en una cuenta que otorga una tasa del 10,00 de interés simple anual. ¿Cuál es el valor acumulado dentro de 85 días?

1.58.- El 10 de febrero una persona invierte $20.000,00 en una cuenta que otorga una tasa del 10,00 de interés simple anual. ¿Cuál es el valor acumulado al 25 de noviembre de ese año?

1.59.- Una persona invierte $4.500,00 desde el 15 de mayo hasta el 12 de enero del siguiente año, en una cuenta que otorga una tasa del 9,50 de interés simple anual. ¿Cuál es el valor acumulado aplicando el interés con tiempo exacto?

1.60.- Una persona invierte $8.500,00 desde el 12 de junio hasta el 24 de febrero del siguiente año, en una cuenta que otorga una tasa del 12,00 de interés simple anual. ¿Cuál es el valor acumulado aplicando el interés con tiempo exacto?

CAPÍTULO 2

Capítulo 2

Interés Compuesto

Objetivo:

Ampliar los conocimientos para el desarrollo de ejercicios de interés compuesto para incluir tasas efectivas y resolver problemas de interés cuya solución requiere diferentes métodos de solución.

Las funciones exponenciales están implicadas en el interés compuesto, en el cual el interés que genera una cantidad de dinero invertida (capital o principal), se invierte nuevamente de modo que también genere intereses. Así, el interés es convertido (o compuesto) en capital y, por tanto, hay “interés sobre el interés”. (Haeussler & Paul, 2003, p. 368)

La diferencia principal entre el interés simple y el interés compuesto, radica en que para el interés compuesto, los intereses que se generan en cada uno de los períodos se van capitalizan; es decir, pasan a sumar al capital inicial para el cálculo de los intereses para el segundo período; así mismo, el capital que gana los intereses para el tercer período llevan cargados los intereses del primer y del segundo período; el capital que gana intereses para el cuarto período llevan cargado los intereses de los 3 primeros períodos; y así sucesivamente, de tal suerte que en cada período el capital es mayor y por lo tanto los intereses que ganan son mayores y éstos se van acumulando al capital previo.

Para demostrar lo expuesto anteriormente, lo vamos a realizar en un sencillo ejemplo:

Supongamos que tenemos un capital inicial de $10.000,00 y que al cabo del primer mes gana $200,00 de intereses; entonces para el cálculo del interés para el siguiente mes se debe tomar como referencia el valor de $10.200,00 que corresponde a la suma del capital inicial ($10.000,00) más $200,00 que son los intereses ganados en el primer mes. Para el segundo mes, el capital es de $10.200,00 y ganará $204,00 de intereses; entonces para el cálculo del interés para el tercer mes se debe tomar como referencia el valor de $10.404,00 que corresponde a la suma del capital de $10.200,00 (capital del segundo mes) más $204,00 que son los intereses ganados en el segundo mes. Para el tercer mes, el capital es de $10.404,00 y ganará $208,08 de intereses; entonces para el cálculo del interés para el cuarto mes se debe tomar como referencia el valor de $10.612,08 que corresponde a la suma del capital de $10.404,00 (capital del tercer mes) más $208,08 que son los intereses ganados en el tercer mes. Para el cuarto mes, el capital es de $10.612,08 y ganará $212,24 de intereses; entonces para el cálculo del interés para el quinto mes se debe tomar como referencia el valor de $10.824,32 que corresponde a la suma del capital de $10.612,08 (capital del cuarto mes) más $212,24 que son los intereses ganados en el cuarto mes. Para el quinto mes, el capital es de $10.824,32 y ganará $216,49 de intereses; entonces para el cálculo del interés para el sexto mes se debe tomar como referencia el valor de $11.040,81 que corresponde a la suma del capital de $10.824,32 (capital del quinto mes) más $216,49 que son los intereses ganados en el quinto mes. Por último, para el sexto mes, el capital de $11.040,81 ganará $220,82, teniendo un monto o valor futuro de $11.261,63

En la Tabla 1 se resume lo expuesto en líneas anteriores.

Tabla 1

Cuadro resumen

MES	CAPITAL	INTERÉS
1	$10.000,00	$200,00
2	$10.200,00	$204,00
3	$10.404,00	$208,08
4	$10.612,08	$212,24
5	$10.824,32	$216,49
6	$11.040,81	$220,82

Al igual que el interés simple, en el interés compuesto las variables que participan son:

C = Capital o valor actual
I = Interés
i = Tasa de interés nominal compuesta o capitalizable
n = Tiempo o período expresado en años
M = Monto o valor futuro

Además, interviene otras variables:

j = Tasa de interés efectiva
p = frecuencia de capitalización o de conversión

A diferencia del interés simple, en el interés compuesto nos vamos a referir al término capitalización, capitalizable, convertible o compuesto –todos ellos sinónimos–, y que significan el período o el número de veces dentro del año en el cual los intereses se sumarán al capital.

El ejemplo anterior se lo puede expresar de la siguiente manera: ¿Qué monto se acumula en 6 meses, un capital de $10.000,00 si gana la tasa del 24% de interés nominal compuesto o convertible mensualmente?

En primer lugar, la tasa de interés se divide para 12, en razón que como es convertible mensualmente, el año tiene 12 meses. Entonces:

$j = 0{,}24/12$ *luego* $j = 0{,}02$

Es decir, que la tasa de interés efectiva que paga cada mes es del 2,00%.

Ahora como sabemos que el capital inicial es $10.000,00 calculamos el interés para el primer mes:

$$I = C * j$$
$$I = 10.000,00 * 0,02$$
$$I = 200,00$$

Luego calculamos el interés para el segundo mes, tomando como referencia de capital, la suma del capital inicial más los intereses del primer mes.

$$I = C * j$$
$$I = 10.200,00 * 0,02$$
$$I = 204,00$$

Luego calculamos el interés para el tercer mes, tomando como referencia de capital, la suma del capital utilizado en el segundo mes más los intereses del segundo mes.

$$I = C * j$$
$$I = 10.404,00 * 0,02$$
$$I = 208,08$$

Luego calculamos el interés para el cuarto mes, tomando como referencia de capital, la suma del capital utilizado en el tercer mes más los intereses del tercer mes.

$$I = C * j$$
$$I = 10.612,08 * 0,02$$
$$I = 212,24$$

Luego calculamos el interés para el quinto mes, tomando como referencia de capital, la suma del capital utilizado en el cuarto mes más los intereses del cuarto mes.

$$I = C * j$$
$$I = 10.824,32 * 0,02$$
$$I = 216,49$$

Luego calculamos el interés para el sexto mes, tomando como referencia de capital, la suma del capital utilizado en el quinto mes más los intereses del quinto mes.

$$I = C * j$$

$$I = 11.040{,}81 * 0{,}02$$

$$I = 220{,}82$$

Por último, el monto será la suma del capital utilizado para el sexto mes más los intereses respectivos de ese mes.

$$M = C + I$$

$$M = 11.040{,}81 + 220{,}82$$

$$M = 11.261{,}63$$

Por todo lo expuesto se concluye que para el primer período es:

$$M1 = C * (1 + j)$$

Para el segundo período el *Capital* es igual al *Monto* del primer período:

$$M2 = M1 * (1 + j)$$

Reemplazando $M1$ tenemos:

$$M2 = C * (1 + j) * (1 + j)$$

Luego:

$$M2 = C * (1 + j)^2$$

Para el tercer período el *Capital* es igual al *Monto* del segundo período:

$$M3 = M2 * (1 + j)$$

Reemplazando *M*2 tenemos:

$$M3 = C * (1 + j)^2 * (1 + j)$$

Luego:

$$M3 = C * (1 + j)^3$$

Para el cuarto período el *Capital* es igual al *Monto* del tercer período:

$$M4 = M3 * (1 + j)$$

Reemplazando *M*3 tenemos:

$$M4 = C * (1 + j)^3 * (1 + j)$$

Luego:

$$M4 = C * (1 + j)^4$$

Para el quinto período el *Capital* es igual al *Monto* del cuarto período:

$$M5 = M4 * (1 + j)$$

Reemplazando *M*4 tenemos:

$$M5 = C * (1 + j)^4 * (1 + j)$$

Luego:

$$M5 = C * (1 + j)^5$$

Para el sexto período el *Capital* es igual al *Monto* del quinto período:

$$M6 = M5 * (1 + j)$$

Reemplazando *M5* tenemos:

$$M6 = C * (1 + j)^5 * (1 + j)$$

Luego:

$$M6 = C * (1 + j)^6$$

Entonces:

$$M6 = 10.000,00 * (1 + 0,02)^6$$

$$M6 = 10.000,00 * (1,02)^6$$

$$M6 = 10.000,00 * (1,12616)$$

$$M6 = 11.261,60$$

En resumen, para calcular el monto de un capital que gana una tasa de interés nominal compuesto utilizaremos la siguiente Fórmula general:

$$M = C * (1 + j)^{np} \qquad (1)$$

Vamos a comprobar el desarrollo del ejemplo anterior reemplazando en la Fórmula:

C = $10.000,00
i = 24% nominal convertible mensualmente
j = 2% (24% ÷ 12)
n = 6 meses = 0,5 años
p = 12 veces en el año (porque es mensual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 10.000{,}00 * (1 + 0{,}02)^{0{,}5*12}$$

$$M = 10.000{,}00 * (1{,}02)^{6}$$

$$M = 10.000{,}00 * (1{,}126162)$$

$$M = 11.261{,}62$$

Así mismo, la Fórmula para calcular el monto de una capital que gana una tasa de interés compuesto, podríamos calcular las diferentes variables.

Para el caso de que sea necesario calcular el capital, partiendo de la Fórmula 1 deducimos siguiente Fórmula:

$$M = C * (1 + j)^{np} \qquad \boxed{1}$$

$$\frac{M}{(1 + j)^{np}} = C$$

$$C = \frac{M}{(1 + j)^{np}} \qquad \boxed{2}$$

Para el caso de que sea necesario calcular el tiempo o período, partiendo de la Fórmula 1 deducimos siguiente Fórmula:

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$\frac{M}{C} = (1 + j)^{np}$$

Luego aplicamos logaritmos a ambos miembros:

$$log \frac{M}{C} = log\,((1 + j)^{np})$$

De acuerdo a la reglas de los logaritmos, lo anterior es igual a:

$$log \left(\frac{M}{C}\right) = np * log\,(1 + j)$$

Luego, tenemos:

$$\frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1+j)} = np$$

Finalmente:

$$np = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1+j)}$$

3

Por otra parte, en el caso de que sea necesario calcular la tasa de interés con la cual se invierte un capital, utilizaremos la Fórmula que a continuación se deduce, partiendo de la Fórmula 1 deducimos siguiente Fórmula:

$$M = C * (1+j)^{np}$$

$$\frac{M}{C} = (1+j)^{np}$$

$$\left(\frac{M}{C}\right)^{\frac{1}{np}} = (1+j)^{np/np}$$

$$\left(\frac{M}{C}\right)^{\frac{1}{np}} = (1+j)$$

$$\left(\frac{M}{C}\right)^{\frac{1}{np}} = 1+j$$

$$\left(\frac{M}{C}\right)^{\frac{1}{np}} - 1 = j$$

4

Con la Fórmula 4 obtenemos el valor de j que es la tasa de interés efectiva que se paga en el período, finalmente realizamos la siguiente operación:

$$j \; \frac{i}{p}$$

$$i = j * p$$

5

Además, debemos recordar que la tasa de interés *i* debe expresarse en términos de *j*, la cual es la tasa de interés nominal en función del tiempo de la capitalización o convertibilidad.

Así, por ejemplo, si la tasa de interés nominal compuesta es convertible o capitalizable de manera:

- Semestral, entonces i deberá dividirse para 2 para obtener el valor de j porque es el número de semestres que tiene un año.
- Cuatrimestral, entonces i deberá dividirse para 3 para obtener el valor de j, porque es el número de cuatrimestres que tiene un año.
- Trimestral, entonces i deberá dividirse para 4 para obtener el valor de j, porque es el número de trimestres semestres que tiene un año.
- Bimestral, entonces i deberá dividirse para 6 para obtener el valor de j, porque es el número de bimestres que tiene un año.
- Mensual, entonces i deberá dividirse para 12 para obtener el valor de j, porque es el número de meses que tiene un año.
- Quincenal, entonces i deberá dividirse para 24 para obtener el valor de j, porque es el número de quincenas que tiene un año.
- Semanal, entonces i deberá dividirse para 52 para obtener el valor de j, porque es el número de semanas que tiene un año.
- Diaria, entonces i deberá dividirse para 360 para obtener el valor de j, porque es el número de días que tiene un año.

Así mismo, la frecuencia de capitalización *p* debe estar expresado en función del número de veces que se capitaliza en el año.

Así, por ejemplo, si la tasa de interés nominal compuesta es convertible o capitalizable de manera anual, *p* deberá expresarse en el número de veces en el año.

- Si la tasa de interés nominal compuesta es convertible o capitalizable de manera semestral, entonces *p* deberá expresarse en el equivalente al número de semestres que hay en el año; es decir, 2.
- Si la tasa de interés nominal compuesta es convertible o capitalizable de manera cuatrimestral, entonces *p* deberá expresarse en el equivalente al número de cuatrimestres que hay en el año; es decir, 3.
- Si la tasa de interés nominal compuesta es convertible o capitalizable de manera trimestral, entonces *p* deberá expresarse en el equivalente al número de trimestres que hay en el año; es decir, 4.

- Si la tasa de interés nominal compuesta es convertible o capitalizable de manera bimestral, entonces p deberá expresarse en el equivalente al número de bimestres que hay en el año; es decir, 2.
- Si la tasa de interés nominal compuesta es convertible o capitalizable de manera mensual, entonces p deberá expresarse en el equivalente al número de meses que hay en el año; es decir, 12.
- Si la tasa de interés nominal compuesta es convertible o capitalizable de manera quincenal, entonces p deberá expresarse en el equivalente al número de quincenas que hay en el año; es decir, 24.
- Si la tasa de interés nominal compuesta es convertible o capitalizable de manera semanal, entonces p deberá expresarse en el equivalente al número de semanas que hay en el año; es decir, 52.
- Si la tasa de interés nominal compuesta es convertible o capitalizable de manera diaria, entonces p deberá expresarse en el equivalente al número de días que hay en el año; es decir, 360.

Por otra parte, el período n siempre deberá estar expresada en equivalente a años.

- Si el tiempo que se invierte un capital es 6 meses, entonces n = 0,5 (6 / 12).
- Si el tiempo que se invierte un capital es 3 meses, entonces n = 0,25 (3 / 12).
- Si el tiempo que se invierte un capital es 4 meses, entonces n = 0,33333 (4 / 12).
- Si el tiempo que se invierte un capital es 1 mes, entonces n = 0,83333 (1 / 12).
- Si el tiempo que se invierte un capital es 2 meses, entonces n = 0,16667 (2 / 12).
- Si el tiempo que se invierte un capital es 15 días, entonces n = 0,04167 (15 / 360).
- Si el tiempo que se invierte un capital es 7 meses, entonces n = 0,58333 (7 / 12).

En conclusión: Los valores de *n* y *p* deberán estar expresados en el mismo período de tiempo.

Ejercicios de aplicación

2.1.- Juan deposita en una cuenta bancaria $15.000,00 y al cabo de 5 años obtiene por su depósito el valor de $11.862,72 por concepto de intereses. Si el banco paga una tasa nominal del 12,00% de interés capitalizable semestralmente. ¿Calcular el monto al cabo de los 5 años?

$$M = C + I$$
$$M = 15.000,00 + 11.862,72$$
$$M = 26.862,72$$

En el caso que no tuviéramos el valor de los intereses, éstos se debían calcular partiendo de la Fórmula 1:

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

C = $15.000,00
i = 12,00% nominal capitalizable semestralmente
j = 6,00% (12,00% ÷ 2)
n = 5 años
p = 2 veces en el año (porque es semestral)

$$M = 15.000,00 * (1 + 0,06)^{5*2}$$

$$M = 15.000,00 * (1,06)\ 10$$

$$M = 15.000,00 * (1,79085)$$

$$M = 26.862,72$$

Luego para obtener los intereses ganados, aplicamos la Fórmula:

$$M = C + I$$

$$I = M - C$$

$$I = 26.862,72 - 15.000,00$$

$$I = 11.862,72$$

Para el desarrollo del ejercicio 2.1 hemos considerado lo siguiente:

Como la tasa de interés nominal es del 12,00% capitalizable semestralmente, entonces para obtener el valor de *j* dividimos 12,00% para 2 que es el número se semestres que tiene el año.

Por otra lado, para obtener el valor de *n*p* procedimos a multiplicar 5 años por 2 que es el número de semestres que tiene cada año.

2.2.- ¿Cuánto será necesario invertir ahora, en una cuenta que paga el 4,25% de interés nominal compuesto anual, si al final de 5 años se desea acumular el valor de $20.000,00?

Para el desarrollo del presente caso, tenemos los siguientes datos:

M = $20.000,00
i = 4,25% nominal capitalizable anualmente
j = 4,25% (4,25% ÷ 1)
n = 5 años
p = 1 vez en el año (porque es anual)

Partimos de la Fórmula 2:

$$C = \frac{M}{(1+j)^{np}}$$

$$C = \frac{20.000,00}{(\ 1 + 0,0425\ )^{5*1}}$$

$$C = \frac{20.000,00}{(\ 1 + 0,0425\ )^{5}}$$

$$C = \frac{20.000,00}{(\ 1,0425\ )^{5}}$$

$$C = \frac{20.000,00}{(1,23135)}$$

$$C = 16.242,34$$

Es decir, que hoy debemos invertir la cantidad de $16.242,34.

Para comprobar el resultado obtenido, podemos aplicar la Fórmula 1 con los siguientes datos:

C = $16.242,34
i = 4,25% nominal capitalizable anualmente
j = 4,25% (4,25% ÷ 1)
n = 5 años
p = 1 vez en el año (porque es anual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 16.242,34 * (1 + 0,0425)^{5*1}$$

$$M = 16.242,34 * (1 + 0,0425)^{5}$$

$$M = 16.242,34 * (1,0425)^{5}$$

$$M = 16.242,34 * (1,23135)$$

$$M = 20.000,00$$

2.3.- ¿Cuánto será necesario invertir ahora, en una cuenta que paga el 8,00% de interés nominal compuesto semestralmente, si al final de 3 años se desea acumular el valor de $10.000,00?

Para el desarrollo del presente caso, tenemos los siguientes datos:

M = $10.000,00
i = 8,00% nominal capitalizable o compuesto semestralmente
j = 4,00% (8,00% ÷ 2)
n = 3 años
p = 2 veces en el año (porque es semestral)

Partimos de la Fórmula 2:

$$C = \frac{M}{(1+j)^{np}}$$

$$C = \frac{10.000,00}{(1 + 0,04)^{3*2}}$$

$$C = \frac{10.000,00}{(1 + 0,04)^{6}}$$

$$C = \frac{10.000,00}{(1,04)^{6}}$$

$$C = \frac{10.000,00}{(1,26532)}$$

$$C = 7.903,15$$

Es decir, que hoy debemos invertir la cantidad de $7.903,15.

Para comprobar el resultado obtenido, podemos aplicar la Fórmula 1 con los siguientes datos:

C = $7.903,15

i = 8,00% nominal capitalizable semestralmente

j = 4,00% (8,00% ÷ 2)

n = 3 años

p = 2 veces en el año (porque es semestral)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 7.903,15 * (1 + 0,04)^{3*2}$$

$$M = 7.903,15 * (1 + 0,04)^{6}$$

$$M = 7.903,15 * (1,04)^{6}$$

$$M = 7.903,15 * (1,26532)$$

$$M = 10.000,00$$

2.4.- Suponga que una cuenta de ahorros paga el 7,00% de interés nominal capitalizable diariamente ¿Cuánto tendrá acumulado al cabo de 180 días, si hoy se deposita la cantidad de $2.500,00?

Para el desarrollo del presente caso, tenemos los siguientes datos:

C = $2.500,00

i = 7,00% nominal capitalizable diariamente

j = 0,01944% (7,00% ÷ 360)

n = 0,5 años

p = 360 veces en el año (porque es diaria)

Note que el valor de *n* es 0,5 porque al ser 180 días *n* = 180 / 360.

Partimos de la Fórmula 1:

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 2.500,00 * (1 + 0,0001944)^{0,5*360}$$

$$M = 2.500,00 * (1 + 0,0001944)^{180}$$

$$M = 2.500,00 * (1,0001944)^{180}$$

$$M = 2.500,00 * (1,03561)$$

$$M = 2.589,03$$

El resultado de esa operación financiera es de $2.589,03 que es valor acumulado en 180 días.

Luego para obtener los intereses ganados, aplicamos la Fórmula:

$$M = C + I$$

$$I = M - C$$

$$I = 2.589,03 - 2.500,00$$

$$I = 89,03$$

Los intereses ganados en esa operación financiera ascienden a $89,03.

2.5.- ¿En qué tiempo un depósito se duplica, si suponemos que la cuenta bancaria paga el 10,00% de interés nominal capitalizable anualmente?

Para el desarrollo de este caso, tenemos los siguientes datos:

C = X

M = 2X

i = 10,00% nominal capitalizable anualmente

j = 10,00% (10,00% ÷ 1)

p = 1 vez en el año (porque es anual)

Partimos de la Fórm ula 3:

$$np = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1 + j)}$$

$$np = \frac{\log\left(\frac{2X}{X}\right)}{\log(1 + 0{,}10)}$$

$$np = \frac{\log(2)}{\log(1 + 0{,}10)}$$

$$np = \frac{\log(2)}{\log(1{,}10)}$$

$$np = \frac{0{,}30103}{\log(1{,}10)}$$

$$np = \frac{0{,}30103}{0{,}04139}$$

$$np = 7{,}27$$

Es decir, que en 7,27 años se duplica un capital al 10,00% de interés compuesto anual.

El resultado anterior lo vamos a verificar con valores, para lo cual mediante artificio de cálculo asignamos un valor cualquiera para C, entonces M será el doble de ese valor.

Si asignamos **C = 10.000,00 entonces M = 20.000,00**

Aplicamos la Fórmula 3:

$$np = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1 + j)}$$

$$np = \frac{\log\left(\frac{20.000,00}{10.000,00}\right)}{\log(1 + 0,10)}$$

$$np = \frac{\log(2)}{\log(1 + 0,10)}$$

$$np = \frac{\log(2)}{\log(1,10)}$$

$$np = \frac{0,30103}{\log(1,10)}$$

$$np = \frac{0,30103}{0,04139}$$

$$np = 7,27$$

Ahora comprobamos el resultado obtenido, para lo cual aplicamos la Fórmula 1 con los siguientes datos:

C = $10.000,00
i = 10,00% nominal capitalizable anualmente
j = 10,00% (10,00% ÷ 1)
n = 7,27 años
p = 1 vez en el año (porque es anual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 10.000,00 * (1 + 0,10)^{7,27*1}$$

$$M = 10.000,00 * (1 + 0,10)^{7,27}$$

$$M = 10.000,00 * (1,10)^{7,27}$$

$$M = 10.000,00 * (1,99952)$$

$$M = 19.995,20$$

Por efectos de redondeo de los 7,27 años llegamos a duplicar la cantidad de $10.000,00.

2.6.- ¿En qué tiempo un depósito de $15.000,00 acumula el monto de $25.000,00 si suponemos que la cuenta bancaria paga el 8,00% de interés nominal capitalizable anualmente?

Los datos para el desarrollo del caso son los siguientes:

C = $15.000,00
M = $25.000,00
i = 8,00% nominal capitalizable anualmente
j = 8,00% (8,00% ÷ 1)
p = 1 vez en el año (porque es anual)

Partimos de la Fórmula 3:

$$np = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1 + j)}$$

$$np = \frac{\log\left(\frac{25.000,00}{15.000,00}\right)}{\log(1 + 0,08)}$$

$$np = \frac{\log(1,66667)}{\log(1 + 0,08)}$$

$$np = \frac{\log(1,66667)}{\log(1,08)}$$

$$np = \frac{0,22185}{\log(1,08)}$$

$$np = \frac{0,22185}{0,03342}$$

$$np = 6,64$$

Es decir, que en 6,64 años se obtiene ese monto.

Para comprobar partimos de la Fórmula 1, con los siguientes datos:

C = $15.000,00

i = 8,00% nominal capitalizable anualmente

j = 8,00% (8,00% ÷ 1)

n = 6,64 años

p = 1 vez en el año (porque es anual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 15.000,00 * (1 + 0,08)^{6,64*1}$$

$$M = 15.000,00 * (1 + 0,08)^{6,64}$$

$$M = 15.000,00 * (1,08)^{6,64}$$

$$M = 15.000,00 * (1,66699)$$

$$M = 25.004,85$$

Por efectos de redondeo de los 6,64 años llegamos a obtener la cantidad de $25.000,00.

2.7.- ¿En qué tiempo un depósito de $5.000,00 acumula el monto de $12.000,00 si suponemos que la cuenta bancaria paga el 12% de interés nominal capitalizable semestralmente?

Los datos para el desarrollo del caso son los siguientes:

C = $5.000,00

M = $12.000,00

i = 12,00% nominal capitalizable semestralmente

j = 6,00% (12,00% ÷ 2)

p = 2 veces en el año (porque es semestral)

Partimos de la Fórmula 3:

$$np = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1 + j)}$$

$$np = \frac{\log\left(\frac{12.000,00}{5.000,00}\right)}{\log(1 + 0,06)}$$

$$np = \frac{\log(2,4)}{\log(1 + 0,06)}$$

$$np = \frac{\log(2,4)}{\log(1,06)}$$

$$np = \frac{0,38021}{\log(1,06)}$$

$$np = \frac{0,38021}{0,02531}$$

$$np = 15,02$$

Finalmente despejamos el valor de n considerando que p es 2 porque es semestral, tenemos:

$$n = 15,02 / p$$

$$n = 15,02 / 2$$

$$n = 7,01$$

Es decir, que en 7,51 años se obtiene ese monto.

Note que en los casos anteriores no era necesario despejar el valor de n porque p es igual a 1

Para comprobar el resultado obtenido, partimos de la Fórmula 1 con los siguientes datos:

C = $5.000,00

i = 12,00% nominal capitalizable semestralmente

j = 6,00% (12,00% ÷ 2)

n = 7,51 años

p = 2 veces en el año (porque es semestral)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 5.000,00 * (1 + 0,06) (7,51 * 2)$$

$$M = 5.000,00 * (1 + 0,06) 15,02$$

$$M = 5.000,00 * (1,06) 15,02$$

$$M = 5.000,00 * (2,39935)$$

$$M = 11.996,75$$

Por efectos de redondeo de los 7,51 años llegamos a obtener la cantidad de $12.000,00.

2.8.- ¿Qué tasa de interés nominal capitalizable semestralmente es aplicable para que un capital por $7.500,00 acumule un monto de $14.803,67 durante 3 años?

Los datos para el desarrollo del caso son los siguientes:

C = $7.500,00

M = $14.803,67

n = 3 años

p = 2 veces en el año (porque es semestral)

Partimos de la Fórmula 4:

$$j = \left(\frac{M}{C}\right)^{\frac{1}{np}} - 1$$

$$j = \left(\frac{14.803,67}{7.500,00}\right)^{\frac{1}{3*2}} - 1$$

$$j = \left(\frac{14.803,67}{7.500,00}\right)^{\frac{1}{6}} - 1$$

$$j = (\ 1,97382\ )^{\frac{1}{6}} - 1$$

$$j = (\ 1,11999\ ) - 1$$

$$j = 0,11999$$

Luego aplicamos la Fórmula 5:

$$i = j * p$$

$$i = 0,11999 * 2$$

$$i = 0,24$$

Es decir, que la tasa de interés nominal capitalizable semestralmente es del 24,00%.

2.9.- ¿Qué tasa de interés nominal capitalizable trimestralmente es aplicable para que un capital por $6.000,00 acumule un monto de $8.211,41 durante 2 años?,

Los datos para el desarrollo del caso son los siguientes:

C = $6.000,00

M = $8.211,41

n = 2 años

p = 4 veces en el año (porque es trimestral)

Partimos de la Fórmula 4:

$$j = \left(\frac{M}{C}\right)^{\frac{1}{np}} - 1$$

$$j = \left(\frac{8.211,41}{6.000,00}\right)^{\frac{1}{2*4}} - 1$$

$$j = \left(\frac{8.211,41}{6.000,00}\right)^{\frac{1}{8}} - 1$$

$$j = (\ 1,36857\ )^{\frac{1}{8}} - 1$$

$$j = (\ 1,03999\ ) - 1$$

$$j = 0,03999$$

Luego aplicamos la Fórmula 5:

$$i = j * p$$

$$i = 0,03999*4$$

$$i = 0,16$$

Es decir, que la tasa de interés nominal capitalizable trimestralmente es del 16,00%.

2.10.- ¿Qué tasa de interés nominal capitalizable mensualmente es aplicable para que un capital por $3.000,00 acumule un monto de $3.588,44 durante 18 meses?

Los datos para el desarrollo del caso son los siguientes:

C = $3.000,00

M = $3.588,44

n = 1,5 años (18 meses / 12)

p = 12 veces en el año (porque es mensual)

Partimos de la Fórmula 4:

$$j = \left(\frac{M}{C}\right)^{\frac{1}{np}} - 1$$

$$j = \left(\frac{3.588,44}{3.000,00}\right)^{\frac{1}{1,5*12}} - 1$$

$$j = \left(\frac{3.588,44}{3.000,00}\right)^{\frac{1}{18}} - 1$$

$$j = (\ 1,19615\ )^{\frac{1}{18}} - 1$$

$$j = (\ 1,00999\ ) - 1$$

$$j = 0,00999$$

Luego aplicamos la Fórmula 5:

$$i = j * p$$

$$i = 0,00999 * 12$$

$$i = 0,12$$

Es decir, que la tasa de interés nominal capitalizable mensualmente es del 12,00%.

Consideraciones respecto a las tasas de interés

Para el desarrollo de los casos de interés compuesto, es necesario considerar los siguientes conceptos: Tasa de interés efectiva (TIE) es un indicador expresado en porcentaje, que como su nombre lo indica es el costo o rendimiento que efectivamente tiene un producto financiero, dentro de un período de tiempo. El cálculo de la TIE está basado en el tipo de interés nominal compuesto y parte del supuesto de que los intereses obtenidos se vuelven a invertir a la misma tasa de interés. En cambio, la Tasa de interés nominal es aquella tasa de interés con varias capitalizaciones en el año. Así, por ejemplo: Si decimos que la tasa de interés nominal es del 12,00% capitalizable semestralmente nos estamos refiriendo a una tasa efectiva del 6,00% en un período de cada seis meses (12,00% / 2). En cambio, si decimos que la tasa de interés nominal es del 16,00%

capitalizable trimestralmente, nos referimos a una tasa efectiva del 4,00% (16,00% / 4) en un período de cada tres meses. Otro ejemplo es, si decimos que la tasa de interés es del 15,00% capitalizable cuatrimestralmente, nos referimos a una tasa efectiva del 5,00% (15,00% / 3) en un período de cada cuatro meses. En los ejemplos anteriores, lo que hemos realizado es dividir la tasa de interés para la frecuencia de capitalización, si decimos que es semestralmente se divide para 2 porque el año tiene 2 semestres, si decimos que es trimestralmente se divide para 4 porque el año tiene 4 trimestre, si decimos que es cuatrimestralmente se divide para 3 porque el año tiene 3 cuatrimestre, y así sucesivamente.

Tasas equivalentes

Por definición, las tasas de intereses son equivalentes si siendo con diferentes períodos de capitalización producen iguales intereses en un mismo período de tiempo. Por ello, dos tasas de interés serán equivalentes, si a pesar de que se capitalizan de manera diferente producen iguales intereses en el mismo plazo.

Ejemplo, si colocamos un capital **X** a 1 año plazo y produce un interés de **Y**, las tasas serán equivalentes, a pesar de que la frecuencia de capitalización sea distinta, siempre que la cantidad de los intereses sean los mismos. Para determinar las tasas de interés equivalentes utilizaremos la siguiente Fórmula:

$$(1 + j)^{np} = (1 + j)^{np}$$

2.11.- ¿Qué tasa de interés nominal capitalizable semestralmente, será equivalente al 8,00% de interés nominal capitalizable anual o efectiva anual?

Para el desarrollo del caso propuesto, en la ecuación anterior el miembro de la derecha será reemplazada con los datos que tenemos:

i = 8,00% capitalizable anualmente
j = 8,00% (8,00% ÷ 1)
n = 1 año
p = 1 vez al año (porque es anual)

Entonces tenemos:

$$(1 + 0,08)^{1*1}$$

Y en la ecuación anterior el miembro de la izquierda será reemplazada con los datos que únicamente tenemos:

n = 1 año

p = 2 veces al año (porque es semestral)

Entonces tenemos:

$$(1 + j)^{1*2}$$

Luego unimos la ecuación y calculamos el valor para j

$$(1 + j)^{1*2} = 1 + 0{,}08^{1*1}$$

$$(1 + j)^{2} = (1 + 0{,}08)^{1}$$

$$(1 + j)^{2} = (1{,}08)^{1}$$

$$(1+j)^{2} = (1{,}08)$$

Extraemos la raíz cuadrada en ambos miembros de la ecuación:

$$(1 + j) = (1{,}03923)$$

Luego:

$$1 + j = 1{,}03923$$

$$j = 1{,}03923 - 1$$

$$j = 0{,}03923$$

Entonces *j* es igual al 3,923% o también podemos decir que *i* = 7,85% nominal capitalizable semestralmente.

¿Cómo calculamos el valor de *i?*

Recordemos que j es igual a *i* dividido para la frecuencia de capitalización, entonces *i* será igual a *j* multiplicado por la frecuencia de capitalización, en el presente ejemplo la frecuencia de capitalización es 2 porque es el número de semestres tienen un año.

$$j = i \;/\; 2$$

$$i = j * 2$$

Para comprobar el cálculo anterior, vamos a suponer que un capital de $3.000,00 se invierte en 1 año al 8,00% de interés nominal capitalizable anualmente o efectiva anual.

Reemplazando en la Fórmula 1 con los siguientes datos, tenemos:

C = $3.000,00
i = 8,00% nominal capitalizable anualmente o efectiva anual
j = 8,00% (8,00% ÷ 1)
n = 1 año
p = 1 vez en el año (porque es anual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 3.000,00 * (1 + 0,08)^{1*1}$$

$$M = 3.000,00 * (1 + 0,08)^{1}$$

$$M = 3.000,00 * (1,08)^{1}$$

$$M = 3.240,00$$

Es decir, que los intereses ganados ascienden a $240,00

$$M = C + I$$

$$I = M - C$$

$$I = 3.240,00 - 3.000,00$$

$$I = 240,00$$

Ahora, el mismo capital de $3.000,00 se invierte en 1 año al 7,85% de interés nominal capitalizable semestralmente.

Reemplazando en la Fórmula 1 con los siguientes datos, tenemos:

C = $3.000,00
i = 7,85% nominal capitalizable semestralmente
j = 3,925% (7,85% ÷ 2)
n = 1 año
p = 2 veces en el año (porque es semestral)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$
$$M = 3.000,00 * (1 + 0,03925)^{1*2}$$
$$M = 3.000,00 * (1 + 0,03925)^{2}$$
$$M = 3.000,00 * (1,03925)^{2}$$
$$M = 3.000,00 * (1,08)$$
$$M = 3.240,00$$

Es decir, que los intereses ganados ascienden a $240,00.

$$M = C + I$$
$$I = M - C$$
$$I = 3.240,00- 3.000,00$$
$$I = 240,00$$

2.12.- ¿Qué tasas equivalentes producirán un interés de $2.000,00 sobre un capital de $10.000,00 a 1 año plazo?

Primero vamos a determinar que tasa capitalizable anualmente o efectiva anual produce ese valor por concepto de intereses.

El monto será de $12.000,00 que son igual a Capital más Intereses.

$$M = C + I$$
$$M = 10.000,00 + 2.000,00$$
$$M = 12.000,00$$

Reemplazamos en la Fórmula 1 y tenemos:

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$12.000,00 = 10.000,00 * (1 + j)^{1*1}$$

En este caso, el valor de n será 1 por el año y el valor de p también 1 porque es anual. Resolvemos la ecuación:

$$12.000,00 = 10.000,00 * (1 + j)^{1}$$

$$12.000,00 / 10.000,00 = (1 + j)^{1}$$

$$1,2 = (1 + j)$$

$$1,2 = 1 + j$$

$$1,2 - 1 = j$$

$$j = 0,20$$

Como resultado obtenemos que el interés nominal es del 20,00% capitalizable anualmente. Recuerde, que por ser capitalizable de manera anual también podemos decir, que es la tasa de interés efectiva anual.

Si queremos conocer la tasa equivalente de manera mensual, utilizamos la Fórmula anteriormente expuesta:

$$(1 + j)^{np} = (1 + j)^{np}$$

Para el desarrollo de este caso, en la ecuación anterior el miembro de la derecha será reemplazada con los datos que tenemos:

i = 20,00% nominal capitalizable anualmente
j = 20,00% (20,00% ÷ 1)
n = 1 año
p = 1 vez al año (porque es anual)

Entonces:

$$(1 + 0{,}20)^{1*1}$$

Y en la ecuación anterior el miembro de la izquierda será reemplazada con los datos que únicamente tenemos:

n = 1 año

p = 12 veces en el año (porque es mensual)

Entonces:

$$(1 + j)^{1*12}$$

Luego unimos la ecuación y calculamos el valor para *j*

$$(1 + j)^{1*12} = (1 + 0{,}20)^{1*1}$$

$$(1 + j)^{12} = (1 + 0{,}20)^{1}$$

$$(1 + j)^{12} = (1{,}20)^{1}$$

$$(1 + j)^{12} = (1{,}20)$$

Extraemos la raíz 12 en ambos miembros de la ecuación:

$$(1 + j) = (1{,}01531)$$

Luego:

$$1+j=1{,}01531$$

$$j=1{,}01531-1$$

$$j=0{,}01531$$

Entonces j *es* igual al 1,531% o también podemos decir que i = 18,3720% nominal capitalizable mensualmente.

¿Cómo calculamos el valor de *i*?

Recordemos que j es igual a *i* dividido para la frecuencia de capitalización, entonces *i* será igual a *j* multiplicado por la frecuencia de capitalización, en el presente ejemplo la frecuencia de capitalización es 12 porque es el número de meses tienen un año.

$$j=i\ /\ 12$$

$$i=j*12$$

Para comprobar el cálculo anterior, vamos a suponer que un capital de $10.000,00 se invierte en 1 año al 18,3720% de interés capitalizable mensualmente.

Reemplazando en la Fórmula 1 con los siguientes datos, tenemos:

C = $10.000,00
i = 18,3720% nominal capitalizable mensualmente
j = 1,531% (18,3720% ÷ 12)
n = 1 año
p = 12 veces en el año (porque es mensual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 10.000,00 * (1 + 0,01531)^{1*12}$$

$$M = 10.000,00 * (1 + 0,01531)^{12}$$

$$M = 10.000,00 * (1,01531)^{12}$$

$$M=10.000,00*(1,20)$$

$$M=12.000,00$$

Es decir, que los intereses ganados ascienden a $2.000,00.

$$M=C+I$$

$$I=M-C$$

$$I=12.000,00-10.000,00$$

$$I=2.000,00$$

Si queremos conocer la tasa equivalente de manera trimestral, utilizamos la Fórmula anteriormente expuesta:

$$(1 + j)^{np} = (1 + j)^{np}$$

Para el desarrollo de este caso, en la ecuación anterior el miembro de la derecha será reemplazada con los datos que tenemos:

i = 20,00% nominal capitalizable anualmente
j = 20,00% (20,00% ÷ 1)
n = 1 año
p = 1 vez al año (porque es anual)

Entonces:

$$(1 + 0{,}20)^{1*1}$$

Y en la ecuación anterior el miembro de la izquierda será reemplazada con los datos que únicamente tenemos:

n = 1 año
p = 4 veces en el año (porque es trimestral)

Entonces:

$$(1 + j)^{1*4}$$

Luego unimos la ecuación y calculamos el valor para j.

$$(1 + j)^{1*4} = (1 + 0{,}20)^{1*1}$$
$$(1 + j)^{4} = (1 + 0{,}20)^{1}$$
$$(1 + j)^{4} = (1{,}20)^{1}$$
$$(1 + j)^{4} = (1{,}20)$$

Extraemos la raíz 4 en ambos miembros de la ecuación:

$$(1+j)=(1{,}04664)$$

Luego:

$$1+j=1,04664$$
$$j=1,04664-1$$
$$j=0,04664$$

Entonces j *es* igual al 4,664% o también podemos decir que i = 18,656% nominal capitalizable trimestralmente.

¿Cómo calculamos el valor de *i?*

Recordemos que j es igual a i dividido para la frecuencia de capitalización, entonces i será igual a j multiplicado por la frecuencia de capitalización, en el presente ejemplo la frecuencia de capitalización es 4 porque es el número de trimestres tienen un año.

$$j=i\ /\ 4$$
$$i=j*4$$

Para comprobar el cálculo anterior, vamos a suponer que un capital de $10.000,00 se invierte en 1 año al 18,656% de interés capitalizable trimestralmente.

Reemplazando en la Fórmula 1 con los siguientes datos, tenemos:

C = $10.000,00
i = 18,656% nominal capitalizable trimestralmente
j = 4,664% (18,656% ÷ 4)
n = 1 año
p = 4 veces en el año (porque es trimestral)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$
$$M = 10.000,00 * (1 + 0,04664)^{1*4}$$
$$M = 10.000,00 * (1 + 0,04664)^{4}$$
$$M = 10.000,00 * (1,04664)^{4}$$
$$M = 10.000,00 * (1,20)$$
$$M = 12.000,00$$

Es decir, que los intereses ganados ascienden a $2.000,00.

$$M = C + I$$
$$I = M - C$$
$$I = 12.000,00 - 10.000,00$$
$$I = 2.000,00$$

Por todos los cálculos realizados podemos concluir, que un capital invertido durante 1 año al 20% de interés nominal o efectivo anual, es igual al interés que si el mismo capital lo invertimos al 18,3720% de interés nominal capitalizable mensualmente, o también se obtendrá los mismos intereses si ese capital se invierte al 18,656% de interés nominal capitalizable trimestralmente.

2.13.- ¿Qué es más conveniente para una persona, invertir su dinero en una cuenta que paga una tasa de interés capitalizable mensualmente del 12,00%, o invertirlo en una cuenta que paga el 12,68% efectivo anual?

Para el desarrollo del caso partimos de la Fórmula:

$$(1 + j)^{np} = (1 + j)^{np}$$

En la ecuación anterior el miembro de la derecha será reemplazada con los siguientes datos:

i = 12,00% nominal capitalizable mensualmente
j = 1,00% (12,00% ÷ 12)
n = 1 año
p = 12 veces al año (porque es mensual)

Entonces:

$$(1 + 0,01)^{1*12}$$
$$(1 + 0,01)^{12}$$
$$(1,01)^{12}$$
$$1,12683$$

Y en la ecuación anterior el miembro de la izquierda será reemplazada con los siguientes datos:

n = 1 año

p = 1 vez al año (porque es anual)

Entonces:

$$(1 + j)^{1*1}$$
$$(1 + j)^{1}$$

Luego unimos la ecuación y calculamos el valor para j

$$(1 + j)^{1} = 1{,}12683$$
$$(1 + j) = 1{,}12683$$
$$j = 1{,}12683 - 1$$
$$j = 0{,}12683$$

Entonces *j* es igual al 12,683% o también podemos decir que *i* = 12,683% nominal o efectiva anual.

¿Cómo calculamos el valor de *i*?

Recordemos que j es igual a *i* dividido para la frecuencia de capitalización, entonces *i* será igual a *j* multiplicado por la frecuencia de capitalización, en el presente ejemplo la frecuencia de capitalización es 1 porque es el número de veces al año

$$j = i \ / \ 1$$
$$i = j * 1$$
$$i = 0{,}12683 * 1$$
$$i = 0{,}12683$$

En este caso es indiferente la tasa de inversión, porque las tasas son equivalentes.

Para comprobar la respuesta obtenida, vamos a suponer un capital de $25.000,00 que se invierta a 1 año plazo con ambas tasas de interés.

C = $25.000,00
i = 12,683% nominal capitalizable anualmente
j = 12,683% (12,683% ÷ 1)
n = 1 año
p = 1 vez al año (porque es anual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$
$$M = 25.000,00 * (1 + 0,12683)^{1*1}$$
$$M = 25.000,00 * (1 + 0,12683)^{1}$$
$$M = 25.000,00 * (1,12683)^{1}$$
$$M = 25.000,00 * (1,12683)$$
$$M = 28.170,75$$

Es decir, que los intereses ganados ascienden a $3.170,75.

$$M=C+I$$
$$I=M- C$$
$$I=28.170,75- 25.000,00$$
$$I=3.170,75$$

Ahora, vamos a calcular con la tasa nominal capitalizable mensualmente.

C = $25.000,00
i = 12,00% nominal capitalizable mensualmente
j = 1,00% (12,00% ÷ 12)
n = 1 año
p = 12 veces en el año (porque es mensual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$
$$M = 25.000,00 * (1 + 0,01)^{1*12}$$
$$M = 25.000,00 * (1 + 0,01)^{12}$$
$$M = 25.000,00 * (1 ,01)^{12}$$
$$M = 25.000,00 * (1,12683)$$
$$M = 28.170,75$$

Es decir, que los intereses ganados ascienden a $3.170,75.

$$M = C + I$$

$$I = M - C$$

$$I = 28.170{,}75 - 25.000{,}00$$

$$I = 3.170{,}75$$

Con lo cual hemos comprobado que la cantidad de intereses son exactamente iguales, si invertimos con los supuestos planteados.

2.14.- ¿Qué es más conveniente para una persona, invertir su dinero en una cuenta que paga una tasa de interés nominal capitalizable semestralmente del 14,00%, o invertirlo en una cuenta que paga la tasa del 13,96% de interés nominal capitalizable trimestralmente?

Para el desarrollo del caso partimos de la Fórmula:

$$(1 + j)np = (1 + j)^{np}$$

En la ecuación anterior el miembro de la derecha será reemplazada con los siguientes datos:

i = 14,00% nominal capitalizable semestralmente
j = 7,00% (14,00% ÷ 2)
n = 1 año
p = 2 veces al año (porque es semestral)

Entonces:

$$(1 + 0{,}07)^{)1*2}$$

$$(1 + 0{,}07)^{2}$$

$$(1{,}07)^{2}$$

$$1{,}1449$$

Y en la ecuación anterior el miembro de la izquierda será reemplazada con los siguientes datos:

n = 1 año

p = 4 veces en el año (porque es trimestralmente)

Entonces:

$$(1 + j)^{1*4}$$

$$(1 + j)^{4}$$

Luego unimos la ecuación y calculamos el valor para j.

$$(1 + j)^{4} = 1{,}1449$$

Luego extraemos raíz 4 en ambos miembros:

$$(1+j)=1{,}03441$$

$$j=1{,}03441-1$$

$$j=0{,}03441$$

Entonces j es igual al 3,441% o también podemos decir que i = 13,764% nominal capitalizable trimestralmente.

¿Cómo calculamos el valor de *i?*

Recordemos que j es igual a i dividido para la frecuencia de capitalización, entonces i será igual a j multiplicado por la frecuencia de capitalización, en el presente ejemplo la frecuencia de capitalización es 4 porque es el número de trimestres que tiene el año.

$$j=i\ /\ 4$$

$$i=j*4$$

$$i=0{,}03441*4$$

$$i=0{,}13764$$

En este caso, es mejor invertirlo al 13,96% nominal capitalizable trimestralmente, ya que si invertimos al 14,00% nominal capitalizable semestralmente es igual que invertir al 13,76% nominal capitalizable trimestralmente. Por lo tanto, la opción del 13,96% nominal trimestralmente es más rentable.

Para comprobar la respuesta obtenida, vamos a suponer un capital de $5.000,00 que se invierta a 1 año plazo con ambas tasas de interés.

C = $5.000,00
i = 14,00% nominal capitalizable semestralmente
j = 7,00% (14,00% ÷ 2)
n = 1 año
p = 2 veces al año (porque es semestral)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$
$$M = 5.000,00 * (1 + 0,07)^{1*2}$$
$$M = 5.000,00 * (1 + 0,07)^{2}$$
$$M = 5.000,00 * (1,07)^{2}$$
$$M = 5.000,00 * (1,1449)$$
$$M = 5.724,50$$

Es decir, que con esta opción los intereses ganados ascienden a $724,50.

$$M=C+I$$
$$I=M- C$$
$$I=5.724,50- 5.000,00$$
$$I=724,50$$

Ahora, vamos a calcular con la segunda opción, la tasa nominal capitalizable trimestralmente.

C = $5.000,00
i = 13,96% nominal capitalizable trimestralmente
j = 3,49% (13,96% ÷ 4)
n = 1 año
p = 4 veces en el año (porque es trimestral)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$
$$M = 5.000,00 * (1 + 0,0349)^{1*4}$$
$$M = 5.000,00 * (1 + 0,0349)^{4}$$
$$M = 5.000,00 * (1,0349)^{4}$$
$$M = 5.000,00 * (1,14708)$$
$$M = 5.735,40$$

Es decir, que los intereses ganados con la segunda opción ascienden a $735,40.

$$M=C+I$$
$$I=M- C$$
$$I=5.735,40- 5.000,00$$
$$I=735,40$$

Con lo cual hemos comprobado que la opción de invertir al 13,90% nominal capitalizable trimestralmente es más rentable.

2.15.- ¿Calcular el monto que se acumula por una inversión de $12.000,00 si la tasa de interés es del 15,00% efectivo anual, durante 3 meses?

Los datos para el desarrollo del caso son los siguientes:

C = $12.000,00
i = 15,00 nominal o efectivo anual
j = 15,00% (15,00% ÷ 1)
n = 0,25 años (3 meses / 12)
p = 1 vez en el año (porque es anual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$
$$M = 12.000,00 * (1 + 0,15)^{0,25*1}$$
$$M = 12.000,00 * (1 + 0,15)^{0,25}$$
$$M = 12.000,00 * (1,15)^{0,25}$$
$$M = 12.000,00 * (1,03555)$$
$$M = 12.426,60$$

Es decir, que los intereses ganados ascienden a $426,60.

$$M = C + I$$

$$I = M - C$$

$$I = 12.426{,}60 - 12.000{,}00$$

$$I = 426{,}60$$

Otra forma de calcular es obteniendo la tasa equivalente nominal capitalizable mensualmente correspondiente a la tasa de interés del 15,00% efectiva anual.

Para el desarrollo del caso partimos de la Fórmula:

$$(1 + j)^{np} = (1 + j)^{np}$$

En la ecuación anterior el miembro de la derecha será reemplazada con los siguientes datos:

i = 15,00% nominal o efectiva anualmente
j = 15,00% (15,00% ÷ 1)
n = 1 año
p = 1 vez al año (porque es anual)

Entonces:

$$(1 + 0{,}15)^{1*1}$$

$$(1 + 0{,}15)^{1}$$

$$(1{,}15)^{1}$$

$$1{,}15$$

Y en la ecuación anterior el miembro de la izquierda será reemplazada con los siguientes datos:

n = 1 año
p = 12 veces en el año (porque es mensualmente)

Entonces:

$$(1 + j)^{1*12}$$
$$(1 + j)^{12}$$

Luego unimos la ecuación y calculamos el valor para j.

$$(1 + j)^{12} = 1{,}15$$

Luego extraemos raíz 12 en ambos miembros:

$$(1 + j) = 1{,}01171$$
$$j = 1{,}01171 - 1$$
$$j = 0{,}01171$$

Entonces *j* es igual al 1,171% o también podemos decir que *i* = 14,052% nominal capitalizable mensualmente.

¿Cómo calculamos el valor de *i?*

Recordemos que j es igual a *i* dividido para la frecuencia de capitalización, entonces *i* será igual a *j* multiplicado por la frecuencia de capitalización, en el presente ejemplo la frecuencia de capitalización es 12 porque es el número de meses que tiene el año.

$$j = i\ /12$$
$$i = j * 12$$
$$i = 0{,}01171 * 12$$
$$i = 0{,}14052$$

Comprobamos con los siguientes datos:

C = $12.000,00
i = 14,052 nominal capitalizable mensualmente
j = 1,171% (14,052% ÷ 12)
n = 0,25 años (3 meses / 12)
p = 12 veces en el año (porque es mensual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 12.000,00 * (1 + 0,01171)^{0,25*12}$$

$$M = 12.000,00 * (1 + 0,01171)^{3}$$

$$M = 12.000,00 * (1,01171)^{3}$$

$$M = 12.000,00 * (1,03554)$$

$$M = 12.426,48$$

Es decir, que los intereses ganados ascienden a $426,48.

$$M=C+I$$

$$I=M-C$$

$$I=12.426,48-12.000,00$$

$$I=426,48$$

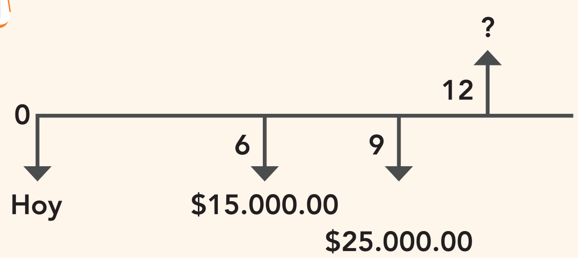
Con lo cual comprobamos que los intereses son los mismos, y la diferencia en centavos es por efectos de redondeo de los decimales.

Ecuaciones de valor

Las ecuaciones de valor, no es otra cosa que, en igualar o comparar en una fecha determinada, la cual la denominaremos *fecha focal*, la suma de dos o más obligaciones que se van a satisfacer con una o varias obligaciones. Tratándose de interés simple, estas ecuaciones de valores variaran de acuerdo con la *fecha focal*; sin en el interés compuesto no tiene relevancia la *fecha focal*, ya que siempre serán iguales, sin importar la fecha que se tome como referencia.

A continuación, exponemos algunos casos:

2.16.- Eduardo debe cumplir con dos obligaciones con vencimiento a 6 meses y 9 meses respectivamente. La primera obligación es por $15.000,00 y la segunda obligación es por $25.000,00 (en ambas obligaciones se incluyen los intereses respectivos). Suponga que Eduardo desea cancelar las dos obligaciones dentro de 12 meses mediante un único pago, para lo cual se le carga el interés nominal del 12% capitalizable mensualmente. ¿Cuánto deberá cancelar para liquidar las dos obligaciones? Considere como fecha focal cuando cancela las obligaciones.



Para resolver este caso, ambas obligaciones debemos trasladarla al mes 12.

Obligación 1:

C = $15.000,00
i = 12,00 nominal capitalizable mensualmente
j = 1,00% (12,00% ÷ 12)
n = 0,5 años (6 meses / 12)
p = 12 veces en el año (porque es mensual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 15.000,00 * (1 + 0,01)^{0,5*12}$$

$$M = 15.000,00 * (1 + 0,01)^{6}$$

$$M = 15.000,00 * (1,01)^{6}$$

$$M = 15.000,00 * (1,06152)$$

$$M = 15.922,80$$

Por la primera obligación se debe cancelar $15.922,80.

Obligación 2:

C = $25.000,00
i = 12,00 nominal capitalizable mensualmente
j = 1,00% (12,00% ÷ 12)
n = 0,25 años (3 meses / 12)
p = 12 veces en el año (porque es mensual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 25.000,00 * (1 + 0,01)^{0,25*12}$$

$$M = 25.000,00 * (1 + 0,01)^{3}$$

$$M = 25.000,00 * (1,01)^{3}$$

$$M = 25.000,00 * (1,0303)$$

$$M=25.757,50$$

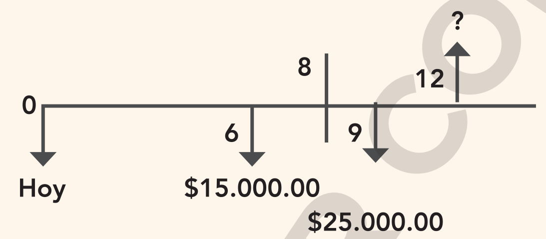
Por la segunda obligación se debe cancelar $25.757,50.

A continuación, sumamos las dos obligaciones:

$$\begin{array}{r} \$15.922,80 \\ +\ \$25.757,50 \\ \hline \$41.680,30 \end{array}$$

El valor para cancelar asciende a $41.680,30.

2.17.- El mismo caso anterior; sin embargo, considere como fecha focal el mes 8.



Para resolver este caso, ambas obligaciones debemos trasladarla al mes 8.

Obligación 1:

C = $15.000,00
i = 12,00 nominal capitalizable mensualmente
j = 1,00% (12,00% ÷ 12)
n = 0,16667 años (2 meses / 12)
p = 12 veces en el año (porque es mensual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 15.000,00 * (1 + 0,01)^{0,16667*12}$$

$$M = 15.000,00 * (1 + 0,01)^{2}$$

$$M = 15.000,00 * (1,01)^{2}$$

$$M = 15.000,00 * (1,0201)$$

$$M = 15.301,50$$

Por la primera obligación en el mes 8 es de $15.301,50.

Obligación 2:

M = $25.000,00
i = 12,00 nominal capitalizable mensualmente
j = 1,00% (12,00% ÷ 12)
n = 0,08333 años (1 mes / 12)
p = 12 veces en el año (porque es mensual)

$$C = M / (1 + j)^{np}$$

$$C = 25.000,00 / (1 + 0,01)^{(0,08333*12)}$$

$$C = 25.000,00 / (1 + 0,01)^{1}$$

$$C = 25.000,00 / (1,01)$$

$$M = 24.752,48$$

Por la segunda obligación en el mes 8 es de $24.752,48.

A continuación, sumamos las dos obligaciones:

$15.301,50
+ $24.752,48
____
$40.053,98

Luego trasladamos este valor acumulado, desde el mes 8 al mes 12.

C = $40.053,98
i = 12,00 nominal capitalizable mensualmente
j = 1,00% (12,00% ÷ 12)
n = 0,33333 años (2 meses / 12)
p = 12 veces en el año (porque es mensual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 40.053{,}98 * (1 + 0{,}01)^{0{,}33333*12}$$

$$M = 40.053{,}98 * (1 + 0{,}01)^{4}$$

$$M = 40.053{,}98 * (1{,}01)^{4}$$

$$M = 40.053{,}98 * (1{,}0406)$$

$$M = 41.680{,}17$$

El valor para cancelar asciende a $41.680,17.

Conclusión: Como podemos apreciar, sin importar la *fecha focal* los valores de manera general son coincidente, y la diferencia en centavos es por efectos de redondeo de los decimales.

2.18.- La empresa TAELDOC SERVI S.A., el día de hoy adquiere una deuda bancaria por $8.000,00 con la tasa del 9% de interés nominal capitalizable mensualmente, la cual se cancelará dentro de 5 meses. Posteriormente, dentro de 1 mes adquiere con la misma entidad bancaria otra deuda por $5.000,00 con la tasa del 9% de interés nominal capitalizable mensualmente, la cual se cancelará después de 8 meses de adquirida la deuda. ¿Cuáles son los valores que deben ser cancelados en las fechas respectivas?

Deuda 1:

C = $8.000,00
i = 9,00 nominal capitalizable mensualmente
j = 0,75% (9,00% ÷ 12)
n = 0,41667 años (5 meses / 12)
p = 12 veces en el año (porque es mensual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 8.000{,}00 * (1 + 0{,}0075)^{0{,}41667*12}$$

$$M = 8.000{,}00 * (1 + 0{,}0075)^{5}$$

$$M = 8.000{,}00 * (1{,}0075)^{5}$$

$$M = 8.000{,}00 * (1{,}03807)$$

$$M = 8.304{,}56$$

Por la primera deuda se debe cancelar $8.304,56 dentro de 5 meses.

Deuda 2:

C = $5.000,00
i = 9,00 nominal capitalizable mensualmente
j = 0,75% (9,00% ÷ 12)
n = 0,66667 años (8 meses / 12)
p = 12 veces en el año (porque es mensual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 5.000,00 * (1 + 0,0075)^{0,66667*12}$$

$$M = 5.000,00 * (1 + 0,0075)^{8}$$

$$M = 5.000,00 * (1,0075)^{8}$$

$$M = 5.000,00 * (1,0616)$$

$$M = 5.308,00$$

Por la segunda deuda se debe cancelar $5.308,00 dentro de 9 meses (a partir de hoy).

2.19.- Ahora suponga, que las deudas adquiridas en el caso 2.18. se proceden a reestructurar con la entidad bancaria, por lo cual se acuerda cancelar las mismas, mediante dos pagos iguales en los meses 6 y 12 (contados a partir de hoy), con una la tasa del 12% de interés nominal capitalizable mensualmente. ¿A cuánto asciende cada pago, para cancelar las deudas? Considere como fecha focal: a) la fecha que realiza el primer abono; b) la fecha que realiza el segundo abono.

a) Para resolver este caso, ambas deudas debemos trasladarla al mes 6.

Deuda 1:

C = $8.304,56
i = 12,00 nominal capitalizable mensualmente
j = 1,00% (12,00% ÷ 12)
n = 0,08333 años (1 mes / 12)
p = 12 veces en el año (porque es mensual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 8.304,56 * (1 + 0,01)^{0,08333*12}$$

$$M = 8.304,56 * (1 + 0,01)^{1}$$

$$M = 8.304,56 * (1,01)^{1}$$

$$M = 8.304,56 * (1,01)$$

$$M = 8.387,61$$

Por la primera deuda en el mes 6 es de $8.387,61.

Deuda 2:

M = $5.308,00

i = 12,00 nominal capitalizable mensualmente

j = 1,00% (12,00% ÷ 12)

n = 0,25 años (3 meses / 12)

p = 12 veces en el año (porque es mensual)

Por la segunda deuda en el mes 6 es de $5.151,90.

A continuación, sumamos las dos obligaciones:

	$8.387,61
+	$5.151,90
	$13.539,51

Las dos deudas en el mes 6 ascienden a $13.539,51.

Luego para determinar el valor de las cuotas, vamos a representar

el pago en el mes 6 por *X*
y el pago en el mes 12 por X / (1 + j)^{np} donde n = 0,5 dentro de 6 meses

La suma de los dos pagos debe ser igual a la deuda para el mes 6.

$$X + X / (1 + j)^{np} = \text{Deuda total}$$
$$X + X / (1 + 0{,}01)^{0{,}5*12} = 13.539{,}51$$
$$X + X / (1 + 0{,}01)^{6} = 13.539{,}51$$
$$X + X / (1{,}01)^{6} = 13.539{,}51$$
$$X + X / (1{,}06152) = 13.539{,}51$$
$$X + 0{,}94205\, X = 13.539{,}51$$
$$1{,}94205\, X = 13.539{,}51$$
$$X = 13.539{,}51 \;/\; 1{,}94205$$
$$X = 6.971{,}77$$

Finalmente, el valor de cada pago será de $6.971,77.

Para comprobar podemos realizar lo siguiente:

La deuda total en el mes 6 es de $13.539,51 menos $6.971,77 (primer pago) = $6.567,74 y este valor dentro de 6 meses más, será:

$$M = C * (1 + j)^{np}$$
$$M = 6.567{,}74 * (1 + 0{,}01)^{0{,}5*12}$$
$$M = 6.567{,}74 * (1+0{,}01)^{6}$$
$$M = 6.567{,}74 * (1{,}01)^{6} \; M = 6.567{,}74 * (1{,}06152)$$
$$M = 6.971{,}78$$

El segundo pago será el valor de $6.971,78 que es igual al primer pago.

b) Para resolver este caso, ambas deudas debemos trasladarla al mes 12.

Deuda 1:

C = $8.304,56
i = 12,00 nominal capitalizable mensualmente
j = 1,00% (12,00% ÷ 12)
n = 0,58333 años (7 meses / 12)
p = 12 veces en el año (porque es mensual)

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 8.304,56 * (1 + 0,01)^{0,58333*12}$$

$$M = 8.304,56 * (1 + 0,01)^{7}$$

$$M = 8.304,56 * (1,01)^{7}$$

$$M = 8.304,56 * (1,07214)$$

$$M = 8.903,65$$

Por la primera deuda en el mes 12 es de $8.903,65.

Deuda 2:

C = $5.308,00
i = 12,00 nominal capitalizable mensualmente
j = 1,00% (12,00% ÷ 12)
n = 0,25 años (3 meses / 12)
p = 12 veces en el año (porque es mensual)

Por la segunda deuda en el mes 12 es de $5.468,33.

A continuación, sumamos las dos obligaciones:

$8.903,65
+ $5.468,33
$14.371,98

Las dos deudas en el mes 12 ascienden a $14.371,98

Luego para determinar el valor de las cuotas, vamos a representar

el pago en el mes 12 por *X*
y el pago en el mes 6 por $X * (1 + j)^{np}$ donde n = 0,5 (6 meses antes)

La suma de los dos pagos debe ser igual a la deuda para el mes 12.

$$X + X * (1 + j)^{np} = \text{Deuda total}$$

$$X + X * (1 + 0,01)^{0,5*12} = 14.371,98$$

$$X + X * (1 + 0,01)^{6} = 14.371,98$$

$$X + X * (1,01)^{6} = 14.371,98$$

$$X + X * (1,06152) = 14.371,98$$

$$X + 1,06152\ X = 14.371,98$$

$$2,06152\ X = 14.371,98$$

$$X = 14.371,98 / 2,06152$$

$$X = 6.971,55$$

Finalmente, el valor de cada pago será de $6.971,55.

Para comprobar podemos realizar lo siguiente:

El primer pago o abono que realizamos en el mes 6 gana intereses hasta el mes 12:

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = 6.971,55 * (1 + 0,01)^{0,5*12}$$

$$M = 6.971,55 * (1 + 0,01)^{6}$$

$$M = 6.971,55 * (1,01)^{6}$$

$$M = 6.971,55 * (1,06152)$$

$$M = 7.400,44$$

La deuda total calculada al mes 12 asciende a $ menos el abono en el mes 6 (incluye los intereses) = $6.971,54.

Conclusión: Como podemos apreciar, sin importar la *fecha focal* los valores de manera general son coincidente, y la diferencia en centavos es por efectos de redondeo de los decimales.

Autoevaluación 2

2.20.- Juan deposita en una cuenta bancaria $10.000,00 y al cabo de 3 años obtiene por su depósito el valor de $4.185,19 por concepto de intereses. Si el banco paga una tasa nominal del 12,00% de interés capitalizable semestralmente. ¿Calcular el monto al cabo de los 3 años?

2.21.- Pedro deposita en una cuenta bancaria $12.000,00 y al cabo de 2 años obtiene por su depósito el valor de $2.586,08 por concepto de intereses. Si el banco paga una tasa nominal del 10,00% de interés capitalizable semestralmente. ¿Calcular el monto al cabo de los 2 años?

2.22.- Luis deposita en una cuenta bancaria $8.500,00 y al cabo de 2 años 4 meses obtiene por su depósito el valor de $3.460,35 por concepto de intereses. Si el banco paga una tasa nominal del

15,00% de interés capitalizable cuatrimestralmente. ¿Calcular el monto al cabo de los 2 años 4 meses?

2.23.- Carlos deposita en una cuenta bancaria $5.000,00 y al cabo de 1 años 3 meses obtiene por su depósito el valor de $1.083,26 por concepto de intereses. Si el banco paga una tasa nominal del 16,00% de interés capitalizable cuatrimestralmente. ¿Calcular el monto al cabo de los 2 años 4 meses?

2.24.- ¿Cuánto será necesario invertir ahora, en una cuenta que paga el 5,00% de interés nominal compuesto anual, si al final de 5 años se desea acumular el valor de $18.000,00?

UNIDAD 2		
RESPUESTAS AUTOEVALUACIÓN	2.20	14185,19
	2.21	14586,08
	2.22	11960,35
	2.23	7193,34
	2.24	14103,47

Ejercicios Propuestos

2.25.- ¿Cuánto será necesario invertir ahora, en una cuenta que paga el 10,00% de interés nominal compuesto semestralmente, si al final de 4 años se desea acumular el valor de $12.000,00?

2.26.- ¿Cuánto será necesario invertir ahora, en una cuenta que paga el 12,00% de interés nominal compuesto trimestralmente, si al final de 3 años se desea acumular el valor de $15.250,00?

2.27.- ¿Cuánto será necesario invertir ahora, en una cuenta que paga el 15,00% de interés nominal compuesto cuatrimestralmente, si al final de 2 años se desea acumular el valor de $10.580,00?

2.28.- ¿Cuánto será necesario invertir ahora, en una cuenta que paga el 11,00% de interés nominal compuesto semestralmente, si al final de 3 años se desea acumular el valor de $12.600,00?

2.29.- ¿Cuánto será necesario invertir ahora, en una cuenta que paga el 12,00% de interés nominal compuesto mensualmente, si al final de 4 años 6 meses se desea acumular el valor de $18.750,00?

2.30.- Suponga que una cuenta de ahorros paga el 9,00% de interés nominal capitalizable diariamente ¿Cuánto tendrá acumulado al cabo de 210 días, si hoy se deposita la cantidad de $3.500,00?

2.31.- Suponga que una cuenta de ahorros paga el 10,00% de interés nominal capitalizable bimestral ¿Cuánto tendrá acumulado al cabo de 8 meses, si hoy se deposita la cantidad de $5.000,00?

2.32.- Suponga que una cuenta de ahorros paga el 14,00% de interés nominal capitalizable bimensual ¿Cuánto tendrá acumulado al cabo de 10 meses, si hoy se deposita la cantidad de $8.500,00?

2.33.- ¿En qué tiempo un depósito se triplica, si suponemos que la cuenta bancaria paga el 12,00% de interés nominal capitalizable anualmente?

2.34.- ¿En qué tiempo un depósito se triplica, si suponemos que la cuenta bancaria paga el 10,00% de interés nominal capitalizable anualmente?

2.35.- ¿En qué tiempo un depósito se duplica, si suponemos que la cuenta bancaria paga el 8,00% de interés nominal capitalizable semestralmente?

2.36.- ¿En qué tiempo un depósito se duplica, si suponemos que la cuenta bancaria paga el 15,00% de interés nominal capitalizable mensualmente?

2.37.- ¿En qué tiempo un depósito se triplica, si suponemos que la cuenta bancaria paga el 15,00% de interés nominal capitalizable semestralmente?

2.38.- ¿En qué tiempo un depósito de $20.000,00 acumula el monto de $28.500,00 si suponemos que la cuenta bancaria paga el 12,00% de interés nominal capitalizable trimestralmente?

2.39.- ¿En qué tiempo un depósito de $12.500,00 acumula el monto de $17.500,00 si suponemos que la cuenta bancaria paga el 12,00% de interés nominal capitalizable cuatrimestralmente?

2.40.- ¿En qué tiempo un depósito de $6.000,00 acumula el monto de $9.500,00 si suponemos que la cuenta bancaria paga el 12% de interés nominal capitalizable semestralmente?

2.41.- ¿Qué tasa de interés nominal capitalizable trimestralmente es aplicable para que un capital por $8.000,00 acumule un monto de $9.521,00 durante 2 años?

2.42.- ¿Qué tasa de interés nominal capitalizable mensualmente es aplicable para que un capital por $4.000,00 acumule un monto de $6.700,00 durante 15 meses?

2.43.- ¿Qué tasa de interés nominal capitalizable semestralmente, será equivalente al 9,00% de interés nominal capitalizable anual o efectiva anual?

2.44.- ¿Qué tasa de interés nominal capitalizable bimestralmente, será equivalente al 10,00% de interés nominal capitalizable anual o efectiva anual?

2.45.- ¿Qué tasa de interés nominal capitalizable bimensualmente, será equivalente al 10,00% de interés nominal capitalizable bimestralmente?

2.46.- ¿Qué tasas equivalentes (efectiva anual y efectiva semestral) producirán un interés de \$3.500,00 sobre un capital de \$12.000,00 a 1 año plazo?

2.47.- ¿Qué es más conveniente para una persona, invertir su dinero en una cuenta que paga una tasa de interés capitalizable mensualmente del 14,00%, o invertirlo en una cuenta que paga el 14,25% efectivo anual?

2.48.- ¿Qué es más conveniente para una persona, invertir su dinero en una cuenta que paga una tasa de interés capitalizable trimestralmente del 12,00%, o invertirlo en una cuenta que paga el 12,00% efectivo anual?

2.49.- ¿Calcular el monto que se acumula por una inversión de $14.000,00 si la tasa de interés es del 15,00% efectivo anual, durante 6 meses?

2.50.- ¿Calcular el monto compuesto después de 4 años si se invierten $12.000,00 a una tasa de interés del 8,00% capitalizable semestralmente?

2.51.- Si Ud. invierte $3.000,00 al 1,50% de interés efectivo mensual durante 2 años, ¿Cuál es el monto acumulado, y cuánto es el interés ganado?

2.52.- ¿Qué monto se acumulará al cabo de 4 años si se invierten $8.000,00 al 2?50% efectivo mensual?

2.53.- Se realiza un depósito por $8.000,00 y dentro de 10 meses puede retirar $9.200,00 ¿Cuál es la tasa de interés efectiva mensual que ganó por ese depósito?

2.54. ¿Cuál es la tasa equivalente del 2,00% capitalizable bimestralmente a efectiva anual?

2.55.- ¿Cuál es la tasa equivalente del 2,00% capitalizable bimensualmente a efectiva anual?

2.56.- ¿Cuál es el valor de cada pago, si una deuda que vence dentro de 5 meses por $10.000,00 incluido los intereses y otra deuda que vence dentro de 8 meses por $8.000,00 incluido los intereses, se refinancia al 12% de interés capitalizable mensualmente, y se cancelará mediante 3 pagos iguales en los meses 4. 5 y 6?

2.57.- ¿Cuál es el valor de cada pago, si una deuda que vence dentro de 4 meses por $12.000,00 incluido los intereses y otra deuda que vence dentro de 6 meses por $12.000,00 incluido los intereses, se refinancia al 12% de interés capitalizable mensualmente, y se cancelará mediante 4 pagos iguales en los meses 2. 4 y 6?

2.58.- Ud. el día de hoy adquiere las siguientes deudas: 1) por el valor de $5.000,00 al 12% capitalizable mensualmente y que se cancelará dentro de 8 meses. 2) por el valor de $6.500,00 al 12% capitalizable trimestralmente y que se cancelará dentro de 9 meses. Posteriormente decide refinanciar las deudas iniciales por un único pago dentro de 12 meses al 12% efectivo anual. ¿Cuál es el valor del pago?

2.59.- Ud. el día de hoy adquiere las siguientes deudas: 1) por el valor de $6.000,00 al 15% capitalizable mensualmente y que se cancelará dentro de 6 meses. 2) por el valor de $8.000,00 al 12% capitalizable cuatrimestralmente y que se cancelará dentro de 8 meses. Posteriormente decide refinanciar las deudas iniciales por un único pago dentro de 12 meses al 14% efectivo anual. ¿Cuál es el valor del pago?

2.60.- La empresa TAELDOC SERVI S.A., el día de hoy adquiere una deuda bancaria por \$10.000,00 con la tasa del 12% de interés nominal capitalizable mensualmente, la cual se cancelará dentro de 6 meses. Posteriormente, dentro de 1 mes adquiere con la misma entidad bancaria otra deuda por \$8.000,00 con la tasa del 12% de interés nominal capitalizable mensualmente, la cual se cancelará después de 9 meses de adquirida la deuda. Suponga que posteriormente se proceden a reestructurar las deudas con la entidad bancaria, por lo cual se acuerda cancelar las mismas, mediante dos pagos en los meses 9 y 12 a partir de la adquisición de la primera deuda, con una la tasa del 1,5% de interés efectiva mensual. ¿A cuánto asciende cada pago, suponiendo que el primer pago es el doble del segundo pago?

CAPÍTULO 3

Capítulo 3

Descuento Simple

Objetivo:

Reconoce cada uno de los elementos del descuento simple, sus Fórmulas, características, ventajas y aplicaciones en la ejecución de ejercicios y problemas prácticos.

Descuento simple a una tasa de interés

El valor presente C de una cantidad S con vencimiento en una fecha posterior…puede ser interpretado como el valor descontado de S. A la diferencia $D_f = S - C$ se le conoce como descuento simple de S a una tasa de interés o sea el descuento racional sobre S. (Ayres, 1997, p. 50).

El descuento es una operación financiera, mediante la cual el valor nominal de un documento se negocia en el mercado financiero a un valor menor o con descuento, para lo cual se aplica un porcentaje que se denomina tasa de descuento. Mediante este cálculo matemático, el documento se negocia anticipadamente a un valor menos para obtener liquidez por parte de quien lo vende.

Existe el descuento simple real y el descuento simple comercial.

Para el descuento simple real el valor futuro conocido como nominal se lo trae a valor presente, mediante la Fórmula del interés simple.

Para el descuento simple comercial al valor futuro conocido como valor nominal se la aplica la tasa de descuento.

Descuento simple real

Las variables que participan en el cálculo del descuento simple real son:

C = Valor del documento descontado
D = Descuento
d = Tasa de descuento
n = Tiempo o período
M = Valor nominal o futuro

Entre el valor descontado y el valor nominal existe una relación directa en función de la *tasa de descuento simple* y el *tiempo* también denominado *período*.

La Fórmula para el cálculo del descuento simple real se aplica la Fórmula para calcular el capital en el interés simple, únicamente que se cambia la variable *i* por *d*.

$$C = \frac{M}{(1 + in)}$$

Finalmente, la Fórmula queda:

$$C = \frac{M}{(1 + dn)} \qquad 1$$

Ejemplo: Un documento cuyo valor nominal es de $10.000,00 y que vence dentro de 10 meses, se negocia 2 meses antes de su vencimiento con una tasa de descuento del 8,00% simple anual. Calcular el valor del documento a la fecha de su negociación y el valor de descontado.
Partiendo de la Fórmula anterior, procedemos a reemplazar con los siguientes datos:

M = $10.000,00
i = 8,00% simple anual
n = 2 meses

$$C = \frac{M}{(1 + dn)}$$

$$C = \frac{10.000,00}{(1 + 0,08 * 2/12)}$$

$$C = \frac{10.000,00}{(1 + 0,08 * 0,16667)}$$

$$C = \frac{10.000,00}{(1 + 0,01333)}$$

$$C = \frac{10.000,00}{(1,01333)}$$

$$C = 9.868,45$$

El valor del documento descontado es de $9.868,45.
Luego para calcular el valor del descuento, aplicamos la Fórmula:

$$D = M - C$$
$$D = 10.000,00 - 9.868,45$$
$$D = 131,55$$

2

El valor del descuento es de $131,55.

Ejercicios de aplicación

3.1.- ¿En cuánto se negocia un documento, 4 meses antes de su vencimiento, con un valor nominal de $15.000,00 si se aplica la tasa de descuento del 10,00% simple anual?
Los datos son los siguientes:

M = $15.000,00
i = 10,00% simple anual
n = 4 meses

$$C = \frac{M}{(1 + dn)}$$

$$C = \frac{15.000,00}{(1 + 0,10 * 4/12)}$$

$$C = \frac{15.000,00}{(1 + 0,10 * 0,33333)}$$

$$C = \frac{15.000,00}{(1 + 0,03333)}$$

$$C = \frac{15.000,00}{(1,03333)}$$

$$C = 14.516,18$$

El valor del documento descontado es de $14.516,18.

Luego para calcular el valor del descuento, aplicamos la Fórmula:

$$D = M - C$$
$$D = 15.000,00 - 14.516,18$$
$$D = 483,82$$

El valor del descuento es de $483,82.

3.2.- ¿Cuál es el valor nominal de un documento que 3 meses antes de su vencimiento se logra negociar en $4.250,00 con una tasa de descuento del 7,00% simple anual?

Los datos son los siguientes:

C = $4.250,00
i = 7,00% simple anual
n = 3 meses

Partiendo de la Fórmula, despejamos la variable M:

$$C = \frac{M}{(1 + dn)}$$
$$M = C(1 + dn)$$
$$M = 4.250,00\ (1 + 0,07 * 3/12)$$
$$M = 4.250,00\ (1 + 0,07 * 3/12)$$
$$M = 4.250,00\ (1 + 0,07 * 0,25)$$
$$M = 4.250,00\ (1 + 0,0175)$$
$$M = 4.250,00\ (1,0175)$$
$$M = 4.324,37$$

El valor nominal del documento asciende a $4.324,37.

Para comprobar el resultado obtenido, procedemos a calcular el valor del documento descontado.

Los datos son los siguientes:

M = $4.324,37
i = 7,00% simple anual
n = 3 meses

$$C = \frac{M}{(1 + dn)}$$

$$C = \frac{4.324,37}{(1 + 0,07 * 3/12)}$$

$$C = \frac{4.324,37}{(1 + 0,07 * 0,25)}$$

$$C = \frac{4.324,37}{(1 + 0,0175)}$$

$$C = \frac{4.324,37}{(1,0175)}$$

$$C = 4.250,00$$

El valor del documento descontado es de $4.250,00.

3.3.- ¿Qué tiempo antes del vencimiento se negocia un documento en $15.000,00 si su valor nominal es de $15.750,00 con la tasa de descuento del 9,00% simple anual?

Los datos son los siguientes:

M = $15.750,00
C = $15.000,00
i = 9,00% simple anual

Partiendo de la Fórmula, despejamos la variable n:

$$C = \frac{M}{(1 + dn)}$$

$$C(1 + dn) = M$$

$$(1 + dn) = M / C /$$

$$dn = (M / C) - 1$$

$$n = ((M / C) - 1) / d$$

$$n = ((15.750{,}00 / 15.000{,}00) - 1) / 0{,}09$$

$$n = ((1{,}05) - 1) / 0{,}09$$

$$n = (1{,}05 - 1) / 0{,}09$$

$$n = 0{,}05 / 0{,}09$$

$$n = 0{,}55556$$

El tiempo es 0,55555 años, lo cual representa 6,66667 meses.

Para comprobar el resultado obtenido, reemplazamos los valores en la Fórmula 1

$$C = \frac{M}{(1 + dn)}$$

$$C = \frac{15.750{,}00}{(1 + 0{,}09 * 6{,}66667/12)}$$

$$C = \frac{15.750{,}00}{(1 + 0{,}09 * 6{,}66667/12)}$$

$$C = \frac{15.750{,}00}{(1 + 0{,}05)}$$

$$C = \frac{15.750{,}00}{(1{,}05)}$$

$$C = 15.000{,}00$$

Con lo cual hemos comprobado, que el valor descontado es de $15.000,00.

3.4.- ¿Cuál es la tasa de descuento simple anual, que se aplica a un documento cuyo valor nominal es de $20.800,00 y se lo negocia 6 meses antes de vencimiento en $20.000,00?

Los datos son los siguientes:

M = $20.800,00

C = $20.000,00

n = 6 meses

Partiendo de la Fórmula, despejamos la variable d:

$$C = \frac{M}{(1 + dn)}$$

$$C(1 + dn) = M$$

$$(1 + dn) = M / C /$$

$$dn = (M / C) - 1$$

$$d = ((M / C) - 1) / n$$

$$d = ((20.800,00 / 20.000,00) - 1) / 0,5$$

$$d = ((1,04) - 1) / 0,5$$

$$d = (1,04 - 1) / 0,5$$

$$d = 0,04 / 0,5$$

$$d = 0,08$$

La tasa de descuento es del 8% simple anual.

Para comprobar el resultado obtenido, reemplazamos los valores en la Fórmula 1

$$C = \frac{M}{(1 + dn)}$$

$$C = \frac{20.800,00}{(1 + 0,08 * 6/12)}$$

$$C = \frac{20.800,00}{(1 + 0,08 * 0,5)}$$

$$C = \frac{20.800,00}{(1 + 0,04)}$$

$$C = \frac{20.800,00}{(1,04)}$$

$$C = 20.000,00$$

Con lo cual hemos comprobado, que el valor descontado es de $20.000,00.

Descuento simple comercial

El descuento simple comercial, es el tipo de descuento que normalmente se usan en las diferentes operaciones financieras. Las variables que participan en el cálculo del descuento simple real son:

C = Valor del documento descontado
D = Descuento
d = Tasa de descuento
n = Tiempo o período
M = Valor nominal o futuro

De igual manera que en el descuento simple real, en el descuento simple comercial entre el valor descontado y el valor nominal existe una relación directa en función de la *tasa de descuento simple* y el *tiempo* también denominado *período*.

A diferencia del descuento simple real, en el descuento simple comercial la tasa de descuento se aplica sobre el valor nominal, siendo la siguiente:

$$D = M\,d\,n \qquad (3)$$

Luego:

$$C = M - M\,d\,n$$

Desarrollando, tenemos:

$$C = M\,(1 - dn) \qquad \boxed{4}$$

Ejemplo: Un documento cuyo valor nominal es de $10.000,00 y que vence dentro de 10 meses, se negocia 2 meses antes de su vencimiento con una tasa de descuento del 8,00% simple anual. Calcular el valor del documento a la fecha de su negociación y el valor de descontado.

Partiendo de la Fórmula 4, procedemos a reemplazar con los siguientes datos:

M = $10.000,00
i = 8,00% simple anual
n = 2 meses

$$C = M\,(1 - dn)$$
$$C = 10.000,00\,(1 - 0,08 * 2/12)$$
$$C = 10.000,00\,(1 - 0,08 * 0,16667)$$
$$C = 10.000,00\,(1 - 0,01333)$$
$$C = 9.866,70$$

El valor del documento descontado es de $9.866,70.

Luego para calcular el valor del descuento, aplicamos la Fórmula 2

$$D = M - C$$
$$D = 10.000,00 - 9.866,70$$
$$D = 133,30$$

El valor del descuento es de $133,30.

El resultado anterior, se puede comprobar aplicando la Fórmula 3

$$D = M\,dn$$
$$D = 10.000{,}00 * 0{,}08 * 2/12$$
$$D = 10.000{,}00 * 0{,}08 * 0{,}16667$$
$$D = 10.000{,}00 * 0{,}01333$$
$$D = 133{,}30$$

Con lo cual comprobamos que el valor de descuento es $133,30.

Ejercicios de aplicación

3.5.- ¿En cuánto se negocia un documento, 4 meses antes de su vencimiento, con un valor nominal de $15.000,00 si se aplica la tasa de descuento del 10,00% simple anual?

Los datos son los siguientes:

M = $15.000,00
i = 10,00% simple anual
n = 4 meses

$$C = M\,(1 - dn)$$
$$C = 15.000{,}00\,(1 - 0{,}10 * 4/12)$$
$$C = 15.000{,}00\,(1 - 0{,}10 * 0{,}33333)$$
$$C = 15.000{,}00\,(1 - 0{,}03333)$$
$$C = 15.000{,}00\,(1 - 0{,}96667)$$
$$C = 14.500{,}05$$

El valor del documento descontado es de $14.500,05.

Luego para calcular el valor del descuento, aplicamos la Fórmula:

$$D = M - C$$
$$D = 15.000{,}00 - 14.500{,}05$$
$$D = 499{,}95$$

El valor del descuento es de $499,95.

3.6.- ¿Cuál es el valor nominal de un documento que 3 meses antes de su vencimiento se logra negociar en $4.250,00 con una tasa de descuento del 7,00% simple anual?

Los datos son los siguientes:

C = $4.250,00
i = 7,00% simple anual
n = 3 meses

Partiendo de la Fórmula, despejamos la variable M:

$$C = M (1 - dn)$$
$$M = C / (1 - dn)$$
$$M = 4.250,00 / (1-0,07 * 3/12)$$
$$M = 4.250,00 / (1-0,07 * 0,25)$$
$$M = 4.250,00 / (1-0,0175)$$
$$M = 4.250,00 / (0,9825)$$
$$M = 4.325,70$$

El valor nominal del documento asciende a $4.325,70.

Para comprobar el resultado obtenido, procedemos a calcular el valor del documento descontado. Los datos son los siguientes:

M = $4.325,70
i = 7,00% simple anual
n = 3 meses

$$C = M (1 - dn)$$
$$C = 4.325,70 (1 - 0,07*3/12)$$
$$C = 4.325,70 (1 - 0,07 * 0,25)$$
$$C = 4.325,70,00 (1 - 0,0175)$$
$$C = 4.325,70 (0,9825)$$
$$C = 4.250,00$$

El valor del documento descontado es de $4.250,00.

3.7.- ¿Qué tiempo antes del vencimiento se negocia un documento en $15.000,00 si su valor nominal es de $15.750,00 con la tasa de descuento del 9,00% simple anual?

Los datos son los siguientes:

M = $15.750,00
C = $15.000,00
i = 9,00% simple anual

Partiendo de la Fórmula 4, despejamos la variable n:

$$C / M (1 - d\, n)$$
$$(1 - dn) = C / M$$
$$- dn = (C / M) -1$$
$$- dn = (C / M) -1$$
$$- n = ((C / M) -1) / d$$

Finalmente, les cambiamos el signo a los dos miembros de la ecuación, y tenemos:

$$n = -((C / M) \ -1) / d$$

Reemplazamos los valores:

$$n = - ((15.000{,}00 / 15.750{,}00) -1) / 0{,}09$$
$$n = - ((0{,}95238) -1) / 0{,}09$$
$$n = - (- 0{,}04762) /0{,}09$$
$$n = (0{,}04762) / 0{,}09$$
$$n = (0{,}04762) / 0{,}09$$
$$n = 0{,}52911$$

El tiempo es 0,52911, lo cual representa 6,34933 meses.

Para comprobar el resultado obtenido, reemplazamos los valores en la Fórmula 4

$$C = M (1 - dn)$$
$$C = 15.750,00 (1 - 0,09 * 6,34933 / 12)$$
$$C = 15.750,00 (1 - 0,09 * 6,34933 / 12)$$
$$C = 15.750,00 (1-0,09 * 0,52911)$$
$$C = 15.750,00 (1-0,04762)$$
$$C = 15.750,00 (0,95238)$$
$$C = 15.000,00$$

Con lo cual hemos comprobado, que el valor descontado es de \$15.000,00.

3.8.- ¿Cuál es la tasa de descuento simple anual, que se aplica a un documento cuyo valor nominal es de \$20.800,00 y se lo negocia 6 meses antes de vencimiento en \$20.000,00?

Los datos son los siguientes:

M = \$20.800,00
C = \$20.000,00
n = 6 meses

Partiendo de la Fórmula 4, despejamos la variable d:

$$C = M (1 - dn)$$
$$(1 - dn) = C / M$$
$$- dn = (C / M) - 1$$
$$- dn = (C / M) - 1$$
$$- d = ((C / M) -1) /n$$

Finalmente, les cambiamos el signo a los dos miembros de la ecuación, y tenemos:

$$d = - ((C / M) -1) /n$$

Reemplazamos los valores:

$$d = -\left(\left(20.000{,}00 / 20.800{,}00\right) - 1\right) / \left(\frac{6}{12}\right)$$

$$d = -\left(\left(20.000{,}00 / 20.800{,}00\right) - 1\right) / 0{,}5$$

$$d = -\left(\left(0{,}961538\right) - 1\right) / 0{,}5$$

$$d = -\left(-0{,}038462\right) / 0{,}5$$

$$d = \left(0{,}038462\right) / 0{,}5$$

$$d = 0{,}076924$$

La tasa de descuento es del 7,6924% simple anual.

Para comprobar el resultado obtenido, reemplazamos los valores en la Fórmula 4.

$$C = M\left(1 - d\,n\right)$$

$$C = 20.800{,}00\left(1 - 0{,}076924 * 6/12\right)$$

$$C = 20.800{,}00\left(1 - 0{,}076924 * 0{,}5\right)$$

$$C = 20.800{,}00\left(1 - 0{,}038462\right)$$

$$C = 20.800{,}00\left(0{,}961538\right)$$

$$C = 20.000{,}00$$

Con lo cual hemos comprobado, que el valor descontado es de $20.000,00.

Autoevaluación 3

3.9.- ¿En cuánto se negocia un documento, 4 meses antes de su vencimiento, con un valor nominal de $20.000,00 si se aplica la tasa de descuento del 10,00% simple anual?

3.10.- ¿En cuánto se negocia un documento, 2 meses antes de su vencimiento, con un valor nominal de $25.000,00 si se aplica la tasa de descuento del 6,00% simple anual?

3.11.- ¿Cuál es el valor nominal de un documento que 3 meses antes de su vencimiento se logra negociar en $3.570,00 con una tasa de descuento del 8,00% simple anual?

3.12.- ¿Cuál es el valor nominal de un documento que 2 meses antes de su vencimiento se logra negociar en $5.750,00 con una tasa de descuento del 7,50% simple anual?

3.13.- ¿Qué tiempo antes del vencimiento se negocia un documento en $16.000,00 si su valor nominal es de $16.500,00 con la tasa de descuento del 9,00% simple anual?

UNIDAD 3		
RESPUESTAS AUTOEVALUACIÓN	3.9	19354,84
	3.10	24752,48
	3.11	3641,40
	3.12	5821,88
	3.13	4,16 meses

Ejercicios Propuestos

3.14.- ¿Qué tiempo antes del vencimiento se negocia un documento en $10.000,00 si su valor nominal es de $11.300,00 con la tasa de descuento del 6,00% simple anual?

3.15.- ¿Cuál es la tasa de descuento simple anual, que se aplica a un documento cuyo valor nominal es de $18.000,00 y se lo negocia 6 meses antes de vencimiento en $17.500,00?

3.16.- ¿Cuál es la tasa de descuento simple anual, que se aplica a un documento cuyo valor nominal es de $21.500,00 y se lo negocia 3 meses antes de vencimiento en $21.200,00?

3.17.- ¿En cuánto se negocia un documento, 4 meses antes de su vencimiento, con un valor nominal de $16.200,00 si se aplica la tasa de descuento del 8,50% simple anual?

3.18.- ¿En cuánto se negocia un documento, 2 meses antes de su vencimiento, con un valor nominal de $12.400,00 si se aplica la tasa de descuento del 6,50% simple anual?

3.19.- ¿Cuál es el valor nominal de un documento que 3 meses antes de su vencimiento se logra negociar en $2.250,00 con una tasa de descuento del 7,50% simple anual?

3.20.- ¿Cuál es el valor nominal de un documento que 2 meses antes de su vencimiento se logra negociar en \$4.890,00 con una tasa de descuento del 9,50% simple anual?

3.21.- ¿Qué tiempo antes del vencimiento se negocia un documento en \$16.000,00 si su valor nominal es de \$16.400,00 con la tasa de descuento del 9,00% simple anual?

3.22.- ¿Qué tiempo antes del vencimiento se negocia un documento en \$18.200,00 si su valor nominal es de \$18.900,00 con la tasa de descuento del 10,00% simple anual?

3.23.- ¿Cuál es la tasa de descuento simple anual, que se aplica a un documento cuyo valor nominal es de $16.700,00 y se lo negocia 6 meses antes de vencimiento en $16.300,00?

3.24.- ¿Cuál es la tasa de descuento simple anual, que se aplica a un documento cuyo valor nominal es de $14.300,00 y se lo negocia 2 meses antes de vencimiento en $14.050,00?

CAPÍTULO 4

Capítulo 4

Descuento Compuesto

Objetivo:

Formula objetivamente los resultados obtenidos a partir del correcto uso de las Descuento Compuesto en la resolución de un problema real, laboral, sociales, contables, Financieros del país.

Es la operación financiera que tiene por objeto el cambio de un capital futuro por otro equivalente con vencimiento presente, mediante la Fórmula de descuento compuesto. Es un descuento que opera con base en el interés compuesto. Si el proceso de capitalización es la suma periódica de los intereses, el descuento compuesto debe ser todo lo contrario. Se simboliza con Dc. (Ramírez et al., 2009, p. 64).

El descuento es una operación financiera, mediante la cual el valor nominal de un documento se negocia en el mercado financiero a un valor menor o con descuento, para lo cual se aplica un porcentaje que se denomina tasa de descuento. Mediante este cálculo matemático, el documento se negocia anticipadamente a un valor menos para obtener liquidez por parte de quien lo vende.

Existe el descuento compuesto real.

Para el descuento compuesto real el valor futuro conocido como nominal se lo trae a valor presente, mediante la Fórmula del interés compuesto.

Descuento compuesto real

Las variables que participan en el cálculo del descuento compuesto real son:

C = Valor del documento descontado
D = Descuento
d = Tasa de descuento
n = Tiempo o período
p=Frecuencia de conversión o de capitalización
M=Valor nominal o futuro

Entre el valor descontado y el valor nominal existe una relación directa en función de la *tasa de descuento* y el *tiempo* también denominado *período*.

La Fórmula para el cálculo del descuento compuesto real se aplica la Fórmula para calcular el capital en el interés compuesto, únicamente que se cambia la variable *j* por *d*.

$$M = C * (1 + j)^{np}$$

$$M = C * (1 + d)^{np}$$

Finalmente, la Fórmula queda:

$$C = \frac{M}{(1 + d)^{np}} \qquad (1)$$

Nota: *La tasa de descuento compuesto debe estar expresada en la* ***tasa efectiva****; es decir, dividiendo la tasa nominal para la frecuencia de capitalización o de conversión.*

Ejemplo: Un documento cuyo valor nominal es de $10.000,00 y que vence dentro de 10 meses, se negocia 6 meses antes de su vencimiento con una tasa de descuento del 8,00% nominal capitalizable semestralmente. Calcular el valor del documento a la fecha de su negociación y el valor de descontado.

Partiendo de la Fórmula anterior, procedemos a reemplazar con los siguientes datos:

M = $10.000,00

d = 8,00% nominal capitalizable semestralmente

n = 6 meses = 0,5 años

p = 2 veces en el año (porque es semestral)

$$C = \frac{M}{(1 + d)^{np}}$$

$$C = \frac{10.000,00}{(1 + 0,04)^{0,5*2}}$$

$$C = \frac{10.000,00}{(1 + 0,04)^{1}}$$

$$C = \frac{10.000,00}{(1,04)^{1}}$$

$$C = \frac{10.000,00}{(1,04)}$$

$$C = 9.615,38$$

El valor del documento descontado es de \$9.615,38.

Recuerde que el valor para *d* es 0,04 que resulta de la tasa de descuento compuesta dividida para *p* que es la frecuencia de capitalización (0,08 / 2).

Luego para calcular el valor del descuento, aplicamos la Fórmula:

$$D = M - C$$
$$D = 10.000,00 - 9.615,38$$
$$D = 384,62$$

2

El valor del descuento es de \$384,62.

Además, podemos tomar en consideración lo siguiente:

$$D = M - C$$

Reemplazando la variable C tenemos:

$$D = M - \frac{M}{(1 + d)^{np}}$$

Luego

$$D = M \left\{ \frac{M}{(1 + d)^{np}} \right\}$$

3

Mediante la Fórmula 3, podemos comprobar el valor de descuento.

$$D = 10.000,00 \left\{ 1 - \frac{1}{(1 + 0,04)^{0,5*2}} \right\}$$

$$D = 10.000,00 \left\{ 1 - \frac{1}{(1 + 0,04)^{1}} \right\}$$

$$D = 10.000,00 \left\{ 1 - \frac{1}{(1 + 0,04)} \right\}$$

$$D = 10.000,00 \left\{ 1 - \frac{1}{(1,04)} \right\}$$

$$D = 10.000,00 \{ 1 - 0,96154 \}$$

$$D = 10.000,00 \{ 0,038462 \}$$

$$D = 384,62$$

Con lo cual se ha comprobado que el valor del descuento es de $384,62.

Ejercicios de aplicación

4.1.- ¿En cuánto se negocia un documento, 6 meses antes de su vencimiento, con un valor nominal de $15.000,00 si se aplica la tasa de descuento del 12,00% nominal capitalizable trimestralmente?

Los datos son los siguientes:

M = $15.000,00
d = 12,00% nominal capitalizable trimestralmente
n = 6 meses = 0,5 años
p = 4 veces en el año (porque es trimestral)

$$C = \frac{M}{(1 + d)^{np}}$$

$$C = \frac{15.000,00}{(1 + 0,03)^{0,5*4}}$$

$$C = \frac{15.000,00}{(1 + 0,03)^{2}}$$

$$C = \frac{15.000,00}{(1,03)^{2}}$$

$$C = \frac{10.000,00}{(1,0609)}$$

$$C = 14.138,94$$

El valor del documento descontado es de $14.138,94.

Recuerde que el valor para *d* es 0,03 que resulta de la tasa de descuento compuesta dividida para *p* que es la frecuencia de capitalización (0,12 / 4).

Luego para calcular el valor del descuento, aplicamos la Fórmula:

$$D = M - C$$
$$D = 15.000,00 - 14.138,94$$
$$D = 861,06$$

El valor del descuento es de $861,06.

Además, el valor del descuento podemos comprobarlo con la siguiente Fórmula:

$$D = M \left\{ 1 - \frac{1}{(1 + d)^{np}} \right\}$$

Mediante la Fórmula 3, podemos comprobar el valor de descuento.

$$D = 15.000,00 \left\{ 1 - \frac{1}{(1 + 0,03)^{0,5*4}} \right\}$$

$$D = 15.000,00 \left\{ 1 - \frac{1}{(1 + 0,03)^{2}} \right\}$$

$$D = 15.000,00 \left\{ 1 - \frac{1}{(1,03)^{2}} \right\}$$

$$D = 15.000,00 \left\{ 1 - \frac{1}{(1,0609)} \right\}$$

$$D = 15.000,00 \{ 1 - 0,942596 \}$$

$$D = 15.000,00 \{ 0,057404 \}$$

$$D = 861,06$$

Con lo cual se ha comprobado que el valor del descuento es de $861,06.

4.2.- Un documento se negocia 2 meses antes de su vencimiento por el valor de $12.500,00. Si se aplicó la tasa de descuento del 18,00% nominal capitalizable mensualmente. ¿Cuál era el valor nominal del documento?

Los datos son los siguientes:

C = $12.500,00
d = 18,00% nominal capitalizable mensualmente
n = 2 meses = 0,16667 años
p = 12 veces en el año (porque es mensual)

$$C = \frac{M}{(1 + d)^{np}}$$

Reemplazamos los valores en la Fórmula y calculamos el valor de M.

$$12.500,00 = \frac{M}{(1 + 0,015)^{0,16667*12}}$$

$$12.500,00 = \frac{M}{(1 + 0,015)^{2}}$$

$$12.500,00 = \frac{M}{(1,015)^{2}}$$

$$12.500,00 = \frac{M}{(1,030225)}$$

$$12.500,00 * 1,030225 = M$$

$$M = 12.877,81$$

El valor nominal del documento es de $12.877,81.

Recuerde que el valor para *d* es 0,015 que resulta de la tasa de descuento compuesta dividida para *p* que es la frecuencia de capitalización (0,18 / 12).

Luego para calcular el valor del descuento, aplicamos la Fórmula:

$$D = M - C$$
$$D = 12.877{,}81 - 12.500{,}00$$
$$D = 377{,}81$$

El valor del descuento es de $377,81.

Además, el valor del descuento podemos comprobarlo con la siguiente Fórmula:

$$D = M \left\{ 1 - \frac{1}{(1 + d)^{np}} \right\}$$

Mediante la Fórmula 3, podemos comprobar el valor de descuento.

$$D = 12.877{,}81 \left\{ 1 - \frac{1}{(1 + 0{,}015)^{0,16667*12}} \right\}$$
$$D = 12.877{,}81 \left\{ 1 - \frac{1}{(1 + 0{,}015)^{2}} \right\}$$
$$D = 12.877{,}81 \left\{ 1 - \frac{1}{(1{,}015)^{2}} \right\}$$
$$D = 12.877{,}81 \left\{ 1 - \frac{1}{(1{,}030225)} \right\}$$
$$D = 12.877{,}81 \{ 1 - 0{,}970662 \}$$
$$D = 12.877{,}81 \{ 0{,}029338 \}$$
$$D = 377{,}81$$

Con lo cual se ha comprobado que el valor del descuento es de $377,81.

4.3.- Un documento con un valor nominal de \$3.843,75 se negocia 3 meses antes de su vencimiento por el valor de \$3.750,00. ¿Cuál fue la tasa de descuento nominal capitalizable trimestralmente?

Los datos son los siguientes:

C = \$3.750,00
M = \$3.843,75
n = 3 meses = 0,25 años
p = 4 veces en el año (porque es trimestral)

$$C = \frac{M}{(1 + d)^{np}}$$

Reemplazamos los valores en la Fórmula:

$$3.750,00 = \frac{3.843,75}{(1 + d)^{0,25*4}}$$

$$3.750,00 = \frac{3.843,75}{(1 + d)^{1}}$$

$$3.750,00\ (1 + dp)^{1} = 3.843,75$$

$$(1 + d)^{1} = \frac{3.843,75}{3.750,00}$$

$$(1 + d) = 1,025$$

$$d = 1,025-1$$

$$d = 0,025$$

Recordemos que *d* es la tasa efectiva de descuento, luego para obtener la tasa de descuento nominal multiplicamos por el valor de *p* que es la frecuencia de capitalización, en el presente ejemplo la frecuencia de capitalización es 4 porque es el número de trimestres que tiene un año.

$$d = 0{,}025*4$$
$$d = 0{,}10$$

Entonces la tasa de descuento capitalizable trimestralmente es del 10,00%.

Para comprobar el cálculo anterior, reemplazamos los valores en la Fórmula con los siguientes datos:

M = $3.843,75
d = 10,00% nominal capitalizable trimestralmente
n = 3 meses = 0,25 años
p = 4 veces en el año (porque es trimestral)

$$C = \frac{M}{(1 + d)^{np}}$$

$$C = \frac{3.843{,}75}{(1 + 0{,}025)^{0{,}25*4}}$$

$$C = \frac{3.843{,}75}{(1 + 0{,}025)^{1}}$$

$$C = \frac{3.843{,}75}{(1{,}025)}$$

$$C = \frac{10.000{,}00}{(1{,}0609)}$$

$$C = 3.750{,}00$$

Con lo cual comprobamos que el documento se negocia en $3.750,00.

Autoevaluación 4

4.3.- Juan compra en el mes de marzo al contado un televisor, el cual se puede cancelar mediante tres cuotas iguales por $150,00 en los meses abril, mayo y junio. Si se aplica la tasa de descuento del 12,00% nominal capitalizable mensualmente, ¿cuál es el valor que cancela al contado?

4.4.- ¿Cuál es el valor descontado el 10 de mayo de un documento con un valor nominal de $15.500,00 y con vencimiento al 10 de septiembre del mismo año, si le conceden el 10,00% de descuento nominal capitalizable mensualmente trimestralmente?

4.5.- ¿Cuál es el valor nominal de un documento que vence dentro de 2 meses, si se lo vende por $14.750,00 aplicando el descuento del 14,00% nominal capitalizable mensualmente?

4.6.- ¿Cuál es el valor nominal de un documento que vence dentro de 3 meses, si se lo vende por $16.800,00 aplicando el descuento del 10,00% nominal capitalizable trimestralmente?

4.7.- ¿Cuándo vencerá un documento con valor nominal de $10.250,00 si se lo negocia el 10 de junio por el valor de $9.950,00 y con el descuento del 12,00% nominal capitalizable diariamente?

UNIDAD 4		
RESPUESTAS AUTOEVALUACIÓN	4.3	441,15
	4.4	14997,99
	4.5	15096,17
	4.6	17220,00
	4.7	89,13 meses

Ejercicios Propuestos

4.8.- ¿Cuándo vencerá un documento con valor nominal de $8.100,00 si se lo negocia el 15 de septiembre por el valor de $7.850,00 y con el descuento del 15,00% nominal capitalizable diariamente?

4.9.- Un documento con un valor nominal de $15.000,00 se negocia por $14.200,00 tres meses antes de su vencimiento. ¿Cuál fue la tasa de descuento nominal capitalizable trimestralmente?

4.10.- Un documento con un valor nominal de $12.500,00 se negocia por $11.900,00 dos meses antes de su vencimiento. ¿Cuál fue la tasa de descuento nominal capitalizable mensualmente?

4.11.- ¿Cuál es el valor nominal de un documento que vence dentro de 2,5 meses antes de su vencimiento, si se lo vende por $4.320,00 aplicando el descuento del 15,00% nominal capitalizable quincenalmente?

4.12.- ¿Cuándo vencerá un documento con valor nominal de $11.450,00 si se lo negocia el 22 de septiembre por el valor de $10.220,00 y con el descuento del 14,00% nominal capitalizable

4.13.- Un documento con un valor nominal de $22.300,00 se negocia por $19.100,00 seis meses antes de su vencimiento. ¿Cuál fue la tasa de descuento nominal capitalizable semestralmente?

4.14.- Manuel compra en el mes de diciembre al contado varios electrodomésticos, los cuales se puede cancelar mediante seis cuotas iguales por $450,00 en los meses desde enero a junio del siguiente año. Si se aplica la tasa de descuento del 15,00% nominal capitalizable mensualmente, ¿cuál es el valor que cancela al contado?

4.15.- David compra el día de hoy, un equipo de computación, por el cual puede cancelar de contado y en 12 pagos mensuales iguales por $150,00 a partir del siguiente mes. ¿Cuál es el valor que debería cancelar al contado, si se aplica la tasa del 18,00% de descuento nominal capitalizable mensualmente?

Respuestas de los ejercicios propuestos

UNIDAD 1		
1.24	7718,75	
1.25	2090,00	
1.26	5300,00	
1.27	6050,00	
1.28	5150,00	
1.29	7150,00	
1.30	9200,00	
1.31	38,46	meses
1.32	1,88	meses
1.33	12,00	meses
1.34	6000,00	
1.35	8000,00	
1.36	16666,66	
1.37	10666,66	
1.38	10687,50	
1.39	21600,00	
1.40	23120,00	
1.41	248300,00	
1.42	39500,00	
1.43	7898,89	
1.44	7109,24	
1.45	6332,45	
1.46	4713,89	
1.47	27149,32	
1.48	20229,68	
1.49	8737,21	
1.50	13173,62	
1.51	1049,18	
1.52	809,06	
1.53	212,38	
1.54	29084,71	
1.55	57728,33	
1.56	19250,08	
1.57	15349,32	
1.58	21578,08	
1.59	4783,44	
1.60	9218,19	

UNIDAD 2		
2.25	8122,07	
2.26	10660,97	
2.27	7894,96	
2.28	9138,10	
2.29	10955,88	
2.30	3688,63	
2.31	5341,76	
2.32	9539,04	
2.33	9,69	años
2.34	11,52	años
2.35	8,84	años
2.36	4,65	años
2.37	7,59	años
2.38	2,99	años
2.39	2,86	años
2.40	3,94	años
2.41	8,80	%
2.42	41,98	%
2.43	8,81	%
2.44	9,61	%
2.45	9,94	%
2.46	29,19	% E anual
	13,65	% E semestral
2.47	14,00	% C mensual
2.48	12,00	% C trimestral
2.49	15013,33	
2.50	16422,83	
2.51	4288,51	monto
	1288,51	interés
2.52	26171,91	
2.53	1,41	%
2.54	12,62	%
2.55	60,84	%
2.56	8921,18	
2.57	12120,60	
2.58	12929,57	
2.59	15941,08	

UNIDAD 2		
2.60	13747,37	PAGO N1
	6873,69	PAGO N2

UNIDAD 3		
3.14	26,00	meses
3.15	5,71	%
3.16	5,66	%
3.17	15741,00	
3.18	12265,66	
3.19	2292,99	
3.20	4968,67	
3.21	3,25	meses
3.22	4,44	meses
3.23	4,79	%
3.24	10,49	%

UNIDAD 4		
4.8	75,26	días
4.9	22,54	%
4.10	29,88	%
4.11	4456,70	
4.12	292,26	días
4.13	33,51	%
4.14	2585,70	
4.15	1636,13	

Bibliografía

Aliaga V., C., & Aliaga C., C. (2017). Amortización de préstamos con cuotas uniformes vencidas a interés simple. *Pensamiento y gestión*, (43), 191-219. https://bit.ly/3JrDiwl

Ayres, F., Jr. (1997). F. Ocampo Compea (Trad.). *Matemáticas financieras*. McGraw-Hill. https://bit.ly/42jkE2v

Haeussler, E. F., Jr., & Paul, R. S. (2003). *Matemáticas para administración y economía* (10ª ed). Pearson Educación. https://bit.ly/2V9LXZf

Ramírez, C., García, M., Pantoja, C., & Zambrano, A. (2009). *Fundamentos de Matemáticas financieras*. Universidad Libre. https://bit.ly/3Z4tyhG